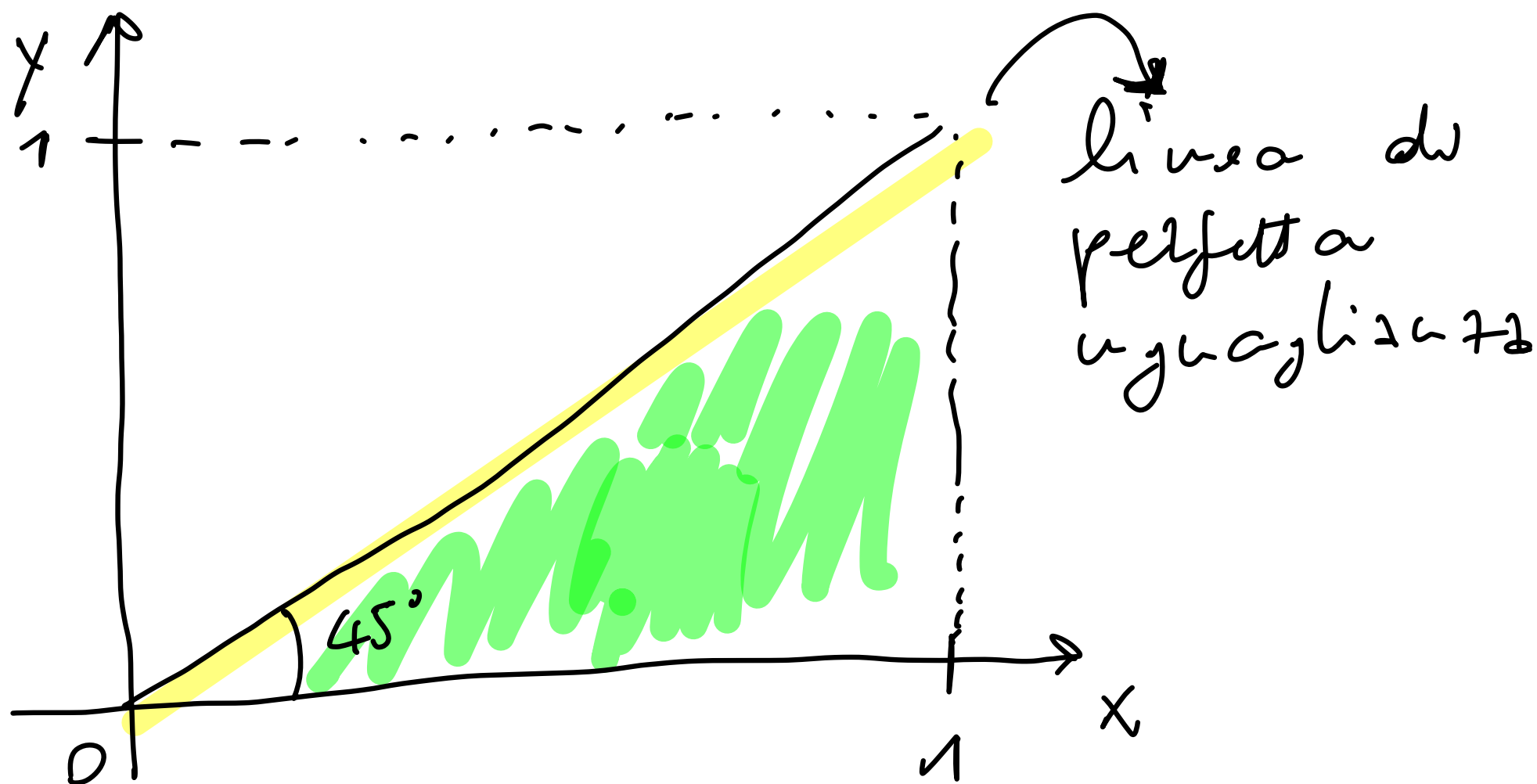




$x = (p)$ rappresenta la frazione cumulata della popolazione (ordinata)

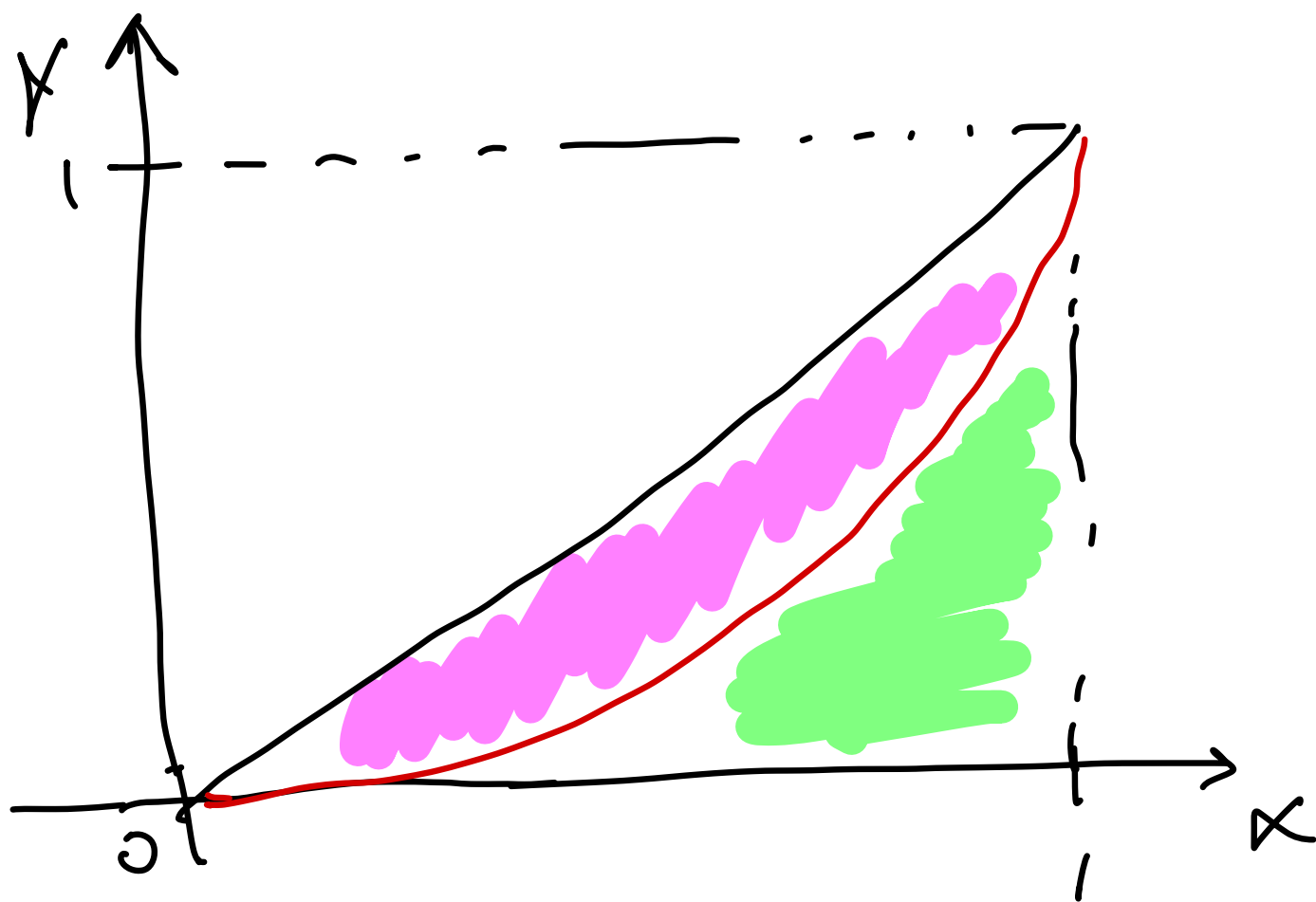
$y = (L)$ frazione cumulata del reddito / ricchezza posseduta da quella frazione della popolazione

$A_{\text{SETTO LINEA}} = \text{area di un triangolo} =$

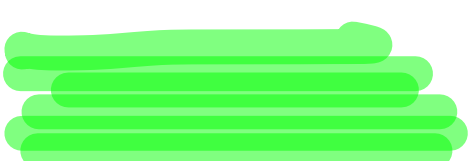
$$\frac{b \cdot h}{2} = \frac{1 \cdot 1}{2} = 0.5$$

$L(p)$ = curva di Lorenz = curva che mostra la distribuzione reale

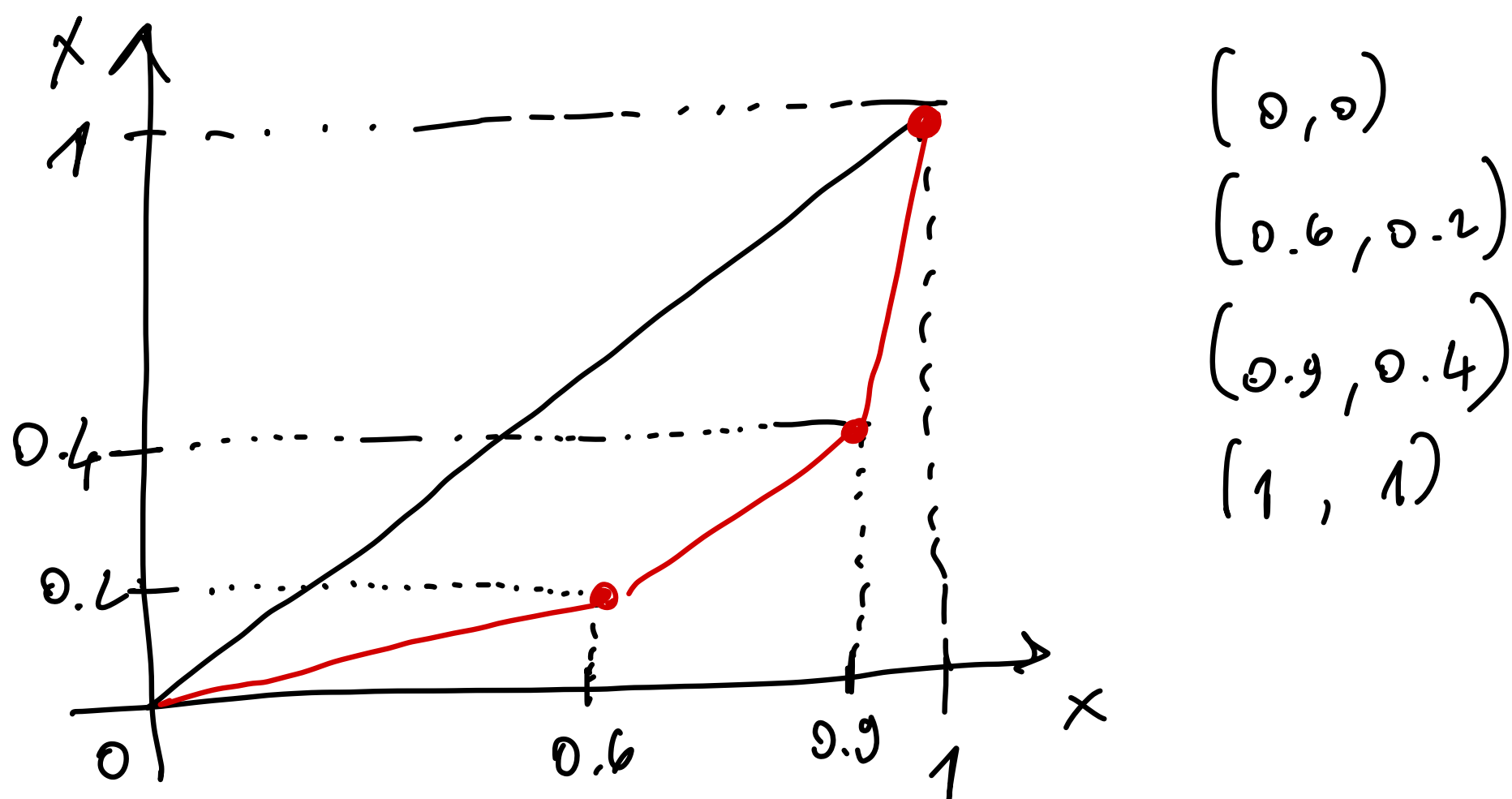
- Se $L(p)$ seguisse la retta 45 ci sarebbe equidistribuzione ma NON È così!



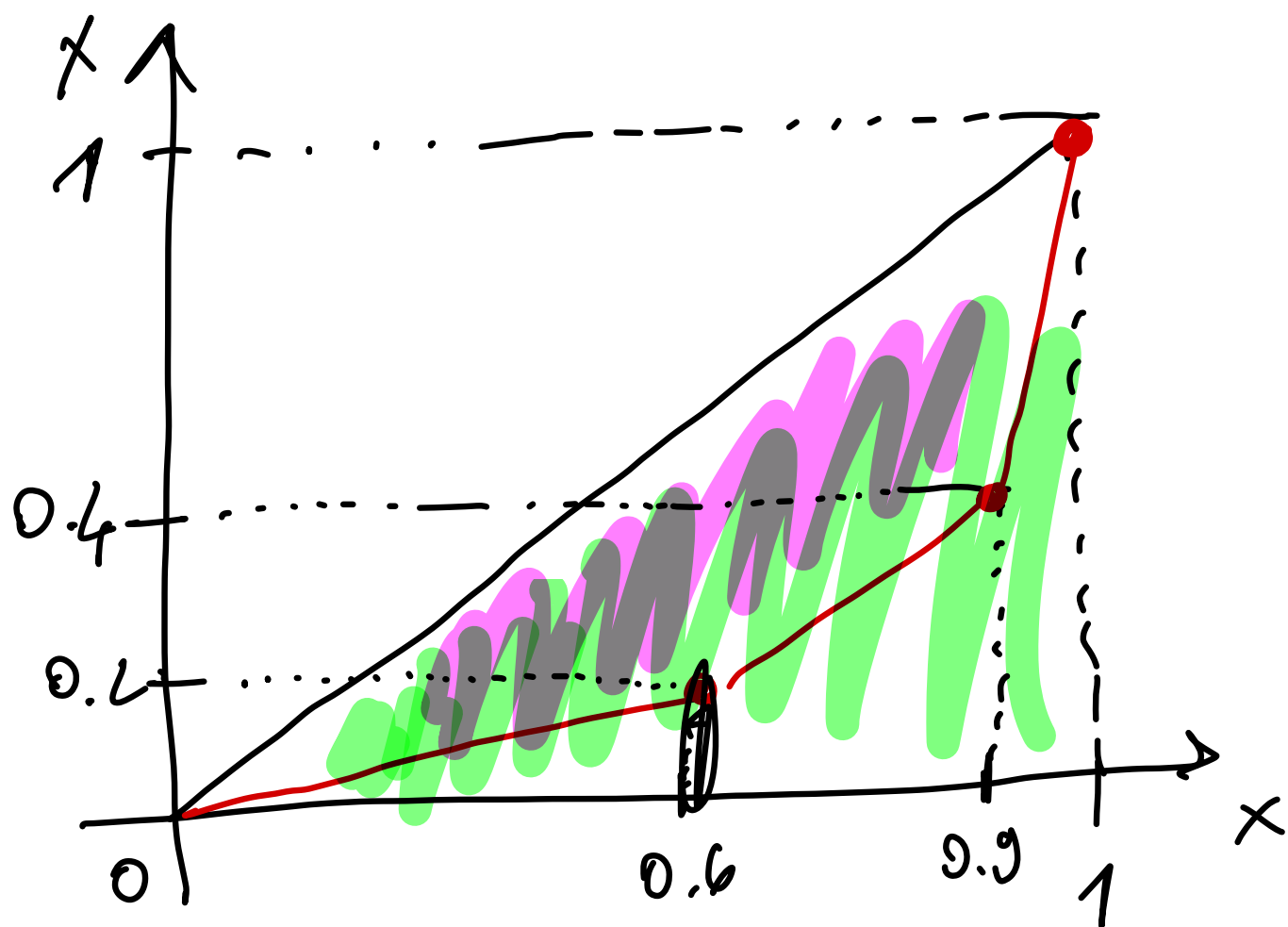
 = misura la disuguaglianza

 = area sotto la curva di Lorenz

$$\text{green} + \text{pink} = A + B = 0.5$$



- 60% della popolazione più povere detiene il 20% delle ricchezze complessive
- 90% della popolazione possiede il 40% delle ricchezze nazionali
- 10% degli individui più ricchi possiede il 60% delle ricchezze
- più la curva si allontana dalla retta, più si evidenziano i problemi di distribuzione = situazione di disparità



Indice di Gini G

- Se $G \rightarrow 0$ ~ equidistribuzione
- Se $G \rightarrow 1$ ~ massima concentrazione

Calcolo delle aree:

$$G = \frac{\text{Area Concentration}}{\text{Area totale}} = \frac{A_c}{0.5} = 2A_c$$

$$A_c = 0.5 - (A_1 + A_2 + A_3) =$$

$$= 0.5 - \sum A_i \Rightarrow G = \frac{0.5 - \sum A_i}{0.5}$$

$$G = \frac{0.5}{0.5} - \frac{\sum A_i}{0.5} = 1 - 2 \sum A_i$$

$$= 1 - 2B$$

= Immaginario di avere n gruppi

= $\forall$ gruppo i :

- (p_i, L_i) : punto sulla curva di Lorenz

- (p_{i-1}, L_{i-1}) : punto precedente

- $p_i = F_i = \frac{i}{n}$ = frazione i unità più povere

- $L_i = Q_i = \frac{A_i}{A_n}$ = frazione di reddito posseduta dalle prime i unità

$$A_i = \text{area del trapezio} = h \cdot \frac{b_M + b_m}{2} \\ = (p_i - p_{i-1}) \cdot \frac{L_i + L_{i-1}}{2}$$

$$B = \sum A_i = \sum (p_i - p_{i-1}) \cdot \frac{L_i + L_{i-1}}{2}$$

Sappiamo che:

$$G = 1 - 2B = 1 - 2 \sum (p_i - p_{i-1}) \cdot \frac{L_i + L_{i-1}}{2} =$$

$$= 1 - \sum (p_i - p_{i-1}) \cdot (L_i + L_{i-1})$$

si usa per dati
reggruppati in classi

Ma abbiamo visto che...

$$G = \frac{A}{A+B}$$

A = somma di tutte le distanze verticali $(F_i - Q_i) \rightarrow$ profondità della parcia in quel punto

$$= \sum (F_i - Q_i)$$

$A+B$ = somma delle distanze F_i
[sotto linea]

$$G = \frac{A}{A+B} = \frac{\sum (F_i - Q_i)}{\sum F_i} =$$

$$= \frac{\sum F_i}{\sum F_i} - \frac{\sum Q_i}{\sum F_i} = 1 - \frac{\sum Q_i}{\sum F_i}$$

$$\sum F_i = \sum \frac{i}{n} = \frac{1}{n} \sum i$$

$\rightarrow$ somma primi k numeri

$$\frac{k(k+1)}{2}$$

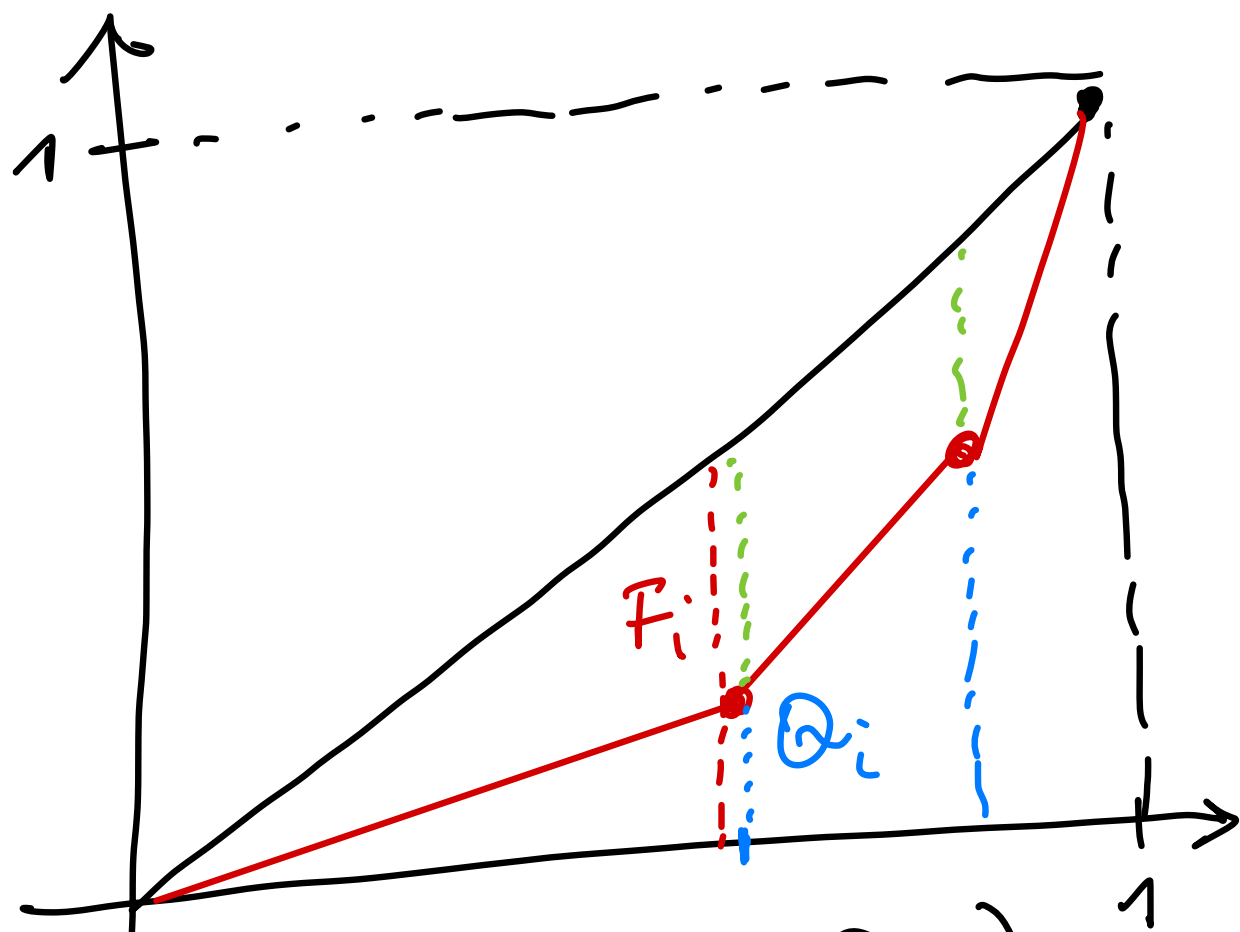
per noi $k = (n-1)$

$$\sum i = \frac{(n-1)(n-1+1)}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

$$\sum F_i = \frac{1}{n} \cdot \frac{n(n-1)}{2} = \frac{n-1}{2}$$

$$G = 1 - \frac{\sum Q_i}{\sum F_i} = 1 - \frac{2 \sum Q_i}{n-1}$$

riprendiamo il grafico...



$$F_i - Q_i =$$

$$\text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} =$$

$$G = \frac{\sum (F_i - Q_i)}{\sum F_i}$$

è una approx.

Approssiamo l'area di ogni fetta con un rettangolo la cui altezza è la distanza verticale $F_i - Q_i$ e la larghezza è $\frac{1}{n}$

$$\text{Area } A \sim \sum \text{altezza} \cdot \text{larghezza} = \sum (F_i - Q_i) \cdot \left(\frac{1}{n}\right) = \frac{1}{n} \sum (F_i - Q_i)$$

$$\text{Area } A+B \sim \sum \text{altezza} \cdot \text{larghezza} = \sum F_i \cdot \frac{1}{n} = \frac{1}{n} \sum F_i$$

$$G = \frac{\text{Area } A}{\text{Area } A+B} = \frac{\frac{1}{n} \sum (F_i - Q_i)}{\frac{1}{n} \sum F_i} = \frac{\sum (F_i - Q_i)}{\sum F_i}$$

Summa di
lunghezze proporzionale
all'area A