

# Analisi Microeconomica

a.a. 2023/24

## Problem set n.3

- 1) Si consideri un agente avverso al rischio a cui viene offerta una attività finanziaria con rendimento incerto  $r$  che si distribuisce secondo una Normale con media  $\mu$  e varianza  $\sigma^2$ . Dimostrate che l'utilità attesa dell'attività finanziaria è una funzione crescente rispetto a  $\mu$  e decrescente rispetto a  $\sigma^2$
- 2) Considerate un agente che dispone di una ricchezza pari a  $W$  e, contestualmente, del diritto a disporre del carico di una nave che ha un valore di mercato pari a 1600 euro se consegnato entro una data  $t$ . La consegna successiva alla data  $t$  comporta una penale pari a 700 euro. La probabilità che la nave giunga in ritardo è pari a  $2/5$ .
  - a) Specificate la struttura della lotteria di cui dispone l'agente
  - b) Determinate il prezzo minimo al quale l'agente è disposto a cedere il carico se la sua ricchezza iniziale è pari a 0 e la sua funzione di utilità è  $u(x) = \sqrt{x}$
  - c) Cosa accade al prezzo minimo quando la ricchezza iniziale  $W$  aumenta?
  - d) Determinate il prezzo minimo se  $u(x) = x$
- 3) Un consumatore ha una funzione di utilità pari a  $u(x) = k + \ln(x/c)$  con  $k > 0$ ;  $c > 1$ . Il consumatore può investire un ammontare  $x$  in una attività che ha rendimento complessivo  $(w + x)$  con probabilità  $\pi$  e  $(w - x)$  con probabilità  $1 - \pi$ . Calcolate il valore ottimo dell'investimento in funzione di  $\pi$ . Qual è la scelta ottima se  $\pi = 1 - \pi$ ?
- 4) Si consideri un agente la cui funzione di utilità è rappresentata da  $u(x) = 2 + \sqrt{x}$ , dove  $x$  indica la ricchezza monetaria. La ricchezza iniziale dell'agente è pari a 1000. Con probabilità  $\pi = 1/10$  l'agente può perdere il suo intero patrimonio. Sul mercato opera una compagnia assicurativa che massimizza i profitti e offre un contratto di copertura dell'intera perdita. Sia  $P$  il premio richiesto dalla compagnia.
  - a) Determinate per quali valori di  $P$  l'agente è disposto a sottoscrivere il contratto e qual è il premio minimo  $P$  che la compagnia è disposta ad offrire
  - b) Stabilite se l'eventuale contratto sottoscritto dall'agente prevede una allocazione ottimale del rischio
  - c) Identificate il contratto di equilibrio supponendo che la compagnia operi in un mercato perfettamente concorrenziale
- 5) Sia  $g$  una variabile casuale continua con media unitaria e sia  $g^* = \alpha + (1 - \alpha)g$  con  $\alpha \in (0,1)$  una seconda variabile casuale. Dimostrate che la variabile  $g^*$  domina stocasticamente al secondo ordine la variabile  $g$