

Esercitazione 2

Eloisa Campioni

23/04/2025

Esercizio 1 I giocatori 1 e 2 stanno contrattando come dividersi un dollaro. Entrambi i giocatori dichiarano simultaneamente l'importo che vorrebbero avere, $s_1 > 0$ e $s_2 > 0$, rispettivamente. Se $s_1 + s_2 \leq 1$, ciascun giocatore riceve quanto ha dichiarato; se $s_1 + s_2 > 1$ allora entrambi i giocatori ricevono zero.

1. Rappresentate il gioco in forma strategica ed individuatene tutti gli equilibri di Nash in strategie pure.
2. Esistono equilibri in strategie debolmente dominate? Spiegate.

Esercizio 2 Due risparmiatori hanno depositato una somma (indivisibile) di capitale, D , nella stessa banca. La banca ha investito i depositi in un progetto a lungo termine che, giunto a maturazione, rende $2R$ dove $R > D$. Entrambi i risparmiatori hanno il diritto di ritirare il proprio deposito D a vista, prima che il progetto venga a compimento (nota: per semplicità, il deposito può essere ritirato esclusivamente per intero). Se la banca è costretta a liquidare l'investimento prima della scadenza, riesce a recuperare un totale di $2r$ con $D > r > \frac{D}{2}$.

Se solo un risparmiatore ritira in anticipo, il restante ottiene la totalità dei fondi rimanenti dopo la liquidazione ($2r - D < D$). Se entrambi i risparmiatori ritirano in anticipo, l'investimento viene liquidato e i rendimenti complessivi $2r$ vengono equamente divisi tra i clienti. Se nessuno ritira, i ritorni finali $2R$ vengono divisi equamente tra i clienti (*Gibbons, 1992, 22.B*).

1. Si fornisca la rappresentazione strategica del gioco con bi-matrice e le funzioni di risposta ottima dei risparmiatori.
2. Si fornisca una previsione sull'esito del gioco.
3. Questo gioco è una versione semplificata del noto modello di *corsa agli sportelli* di Diamond e Dybvig (1981).
Provate a fornire una spiegazione intuitiva della rilevanza di questo esempio in termini di stabilità finanziaria.

Esercizio 3 In un gruppo di n cacciatori, ogni cacciatore ha due opzioni: può cooperare all'inseguimento di un cervo, o staccarsi e catturare da solo una lepre. Se tutti i cacciatori inseguono il cervo, questo viene catturato e diviso equamente; se un cacciatore si dedica (individualmente) alla cattura della lepre, il cervo non viene catturato, mentre il cacciatore che si è distaccato dal gruppo cattura per certo la lepre. Ogni cacciatore preferisce una quota $1/n$ di cervo ad una lepre intera.

1. Per il caso in cui $n = 2$, si fornisca la rappresentazione strategica del gioco e si trovino gli equilibri di Nash.

2. Si supponga ora che i cacciatori siano $n > 2$ e che debbano collaborare tutti per catturare il cervo. Si trovino gli equilibri di Nash di questa variante, in cui le preferenze dei cacciatori rimangono le stesse del gioco originario.
3. Si trovino gli equilibri di Nash della variante del gioco precedente, con $n > 2$ giocatori, in cui m cacciatori sono sufficienti per catturare il cervo, con $2 \leq m < n$. Si confrontino questi risultati con quelli del caso precedente.

Esercizio 4 Si consideri il seguente modello di oligopolio con $n > 2$ imprese. Sia q_i la quantità prodotta dall'impresa i . Il prezzo di mercato p dipende dalla produzione totale:

$$p(q_1, \dots, q_n) = \begin{cases} a - b \sum_{i=1}^n q_i & \text{se } a - b \sum (q_i) > 0 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

dove $a > 0$, $b > 0$. Il costo totale dell'impresa i per produrre la quantità q_i è $C_i(q_i) = cq_i$. Cioè, non ci sono costi fissi e il costo marginale è costante e uguale a c . Si supponga che $c < a$. Si supponga che tutte le imprese scelgano le loro quantità simultaneamente.

1. Si definiscano strategie e payoff per i giocatori.
2. Si individui l'equilibrio di Nash simmetrico.
3. Cosa succede quando n si approssima all'infinito? Qual è l'interpretazione economica del risultato al limite?

Esercizio 5 Si consideri il modello di oligopolio descritto nell'Esercizio 4 e si supponga che $n = 2$. Si assuma che ciascun duopolista abbia costi medi e marginali costanti, ma che $0 < c_1 < c_2$. Si mostri che l'impresa 1 avrà maggiori profitti e produrrà una quota maggiore dell'output di mercato rispetto all'impresa 2 nell'equilibrio di Nash.