A fronte di una uscita tra 2 anni pari a 1000 € si costruisca un portafoglio immunizzato dal rischio di tasso se è possibile acquistare sul mercato due tipi di obbligazioni: tipo A, con scadenza 1 anno e cedole annuali al 10%, tipo B, con scadenza 3 anni e cedole annuali al 10%, se il rendimento di mercato è pari all'8% annuo.

Soluz.

Calcoliamo le durate medie finanziarie dei 2 titoli:

$$dur_A(0, 8\%) = 1$$

$$dur_B(0, 8\%) = \frac{1+y}{my} - \frac{1+y+m(c-y)}{mc[(1+y)^n - 1] + my}$$

$$= \frac{1.08}{0.08} - \frac{1.08 + 3(0.10 - 0.08)}{0.1[(1.08)^3 - 1] + 0.08}$$

$$\cong 2.7453$$

il sistema

$$\begin{cases} VA + VB = U(0) \\ VA \cdot 1 + VB \times 2.7453 = 2 \times U(0) \end{cases}$$

ove abbiamo posto $U(0) = \dfrac{1000}{(1.08)^2} = 857.3388$

risolto, dà la soluzione:

$$\begin{cases} VA = 366.1116 \\ VB = 491.2272 \end{cases}$$

I prezzi delle singole obbligazioni sono pari a:

$$P_A = \frac{110}{1.08} \cong 101.8519$$

$$P_B = \frac{100}{(1.08)^3} + \frac{10}{0.08}\left(1-(1.08)^{-3}\right) \cong 105.1542$$

le quote α e β delle obbligazioni A e B sono pertanto

$$\alpha = \frac{366.1116}{101.8519} \cong 3.5945$$

$$\beta = \frac{491.2272}{105.1542} \cong 4.6715$$

~ ~ ~ ~

Osservazione:

osserviamo che il valore del portafoglio di obbligazioni, al variare del tasso di mercato, risulta maggiore delle 1000 € nell'istante $t = 2$, come ci si aspetta:

$$VP(10\%, 2) = (110 \times 1.1)\alpha + \left(10 \times 1.1 + 10 + \frac{110}{1.1}\right)\beta \cong$$
$$\cong 1000.186$$

$$VP(6\%, 2) = (110 \times 1.06)\alpha + \left(10 \times 1.06 + 10 + \frac{110}{1.06}\right)\beta \cong$$

$$\cong 1000.13$$

La variazione di tasso, dal 8% al 10% o dal 8% al 6% avviene nel primo anno.