MACROECONOMIA

Esercitazione 4 - 14/10/2024[1]

IS-LM economia chiusa prezzi fissi

Esercizio 1

Un'economia chiusa, con assenza di settore bancario, è rappresentata dalle seguenti relazioni:

$Y = C + I + G$; $C = 30 + 0{,}8Yd$; $G = 500$;

$TR = 50$; $Yd = Y - TA$; $TA = 30 + 0{,}375Y$;

$I = 100 - 75i$; $L = 0{,}4Y - 100i$; $\frac{\bar{M}}{\bar{P}} = 500$

a) Calcolare i valori del reddito e del tasso di interesse di equilibrio;
b) Calcolare il nuovo valore del reddito e del tasso di interesse compatibili con una variazione della spesa pubblica di 40 ($\Delta G = 40$) finanziata con titoli.
c) Calcolare la variazione dell'offerta di moneta e il nuovo valore del reddito nel caso in cui, all'aumento della spesa pubblica del punto b., le autorità monetarie stabilizzino il tasso di interesse (del punto a.). Calcolare il saldo di bilancio pubblico *BS*.
d) Mostrare graficamente il passaggio dal punto a. al punto c. (mix di politiche economiche).

Risultati

a) $Y = 1.276{,}75$; $i = 0{,}105$
b) $Y' = 1326{,}75$; $i = 0{,}304$
c) $Y = 1351$; $i = 0{,}105$; $\Delta\frac{\bar{M}}{\bar{P}} = 29{,}9$; $BS = -53{,}375$

Soluzione

a) Calcolare i valori del reddito e del tasso di interesse di equilibrio;

$$AD = C + I + G;$$

$$I = \bar{I} - bi$$

$$C = \bar{C} + cYd;$$

$$TA = \overline{TA} + tY$$

$$Yd = Y + \overline{TR} - TA = Y + \overline{TR} - \overline{TA} - tY = (1-t)Y + \overline{TR} - \overline{TA}$$

Sostituendo Yd nella funzione del consumo

$$C = \bar{C} + c(1-t)Y + c\overline{TR} - c\overline{TA}$$

E la domanda aggregata

$$AD = \bar{C} + c(1-t)Y + c\overline{TR} - c\overline{TA} + \bar{I} - bi + G$$

$$AD = \bar{A} + c(1-t)Y - bi \text{ dove } \bar{A} = \bar{C} + c\overline{TR} - c\overline{TA} + \bar{I} + G$$

[1] davide.bellucci@uniroma2.it

In equilibrio, ponendo $Y = AD$ si ottiene

$$Y = \bar{A} + c(1-t)Y - bi$$

$$Y - c(1-t)Y = \bar{A} - bi$$

$$Y[1 - c(1-t)] = \bar{A} - bi$$

$$Y = \frac{1}{1 - c(1-t)}(\bar{A} - bi)$$

$$Y = \alpha_G(\bar{A} - bi), \text{ dove } \alpha_G = \frac{1}{1-c(1-t)}$$

La relazione IS, che rappresenta l'equilibrio nel mercato dei beni, diventa dunque:

$$IS\ (mercato\ reale\ dei\ beni, domanda\ aggregata): Y = \alpha_G(\bar{A} - bi)$$

Nel mercato monetario, l'offerta di monera è fissa, pari a $\overline{M}$.

La domanda di moneta L è invece data dalla somma della domanda di moneta per transazioni L_T e per speculazione L_S. Dunque

$$L = L_T + L_S, \text{ dove } \quad L_T = kY \qquad ; \qquad L_S = \overline{L} - hi$$

Per semplificare, ponendo $\overline{L} = 0$

$$L = kY - hi$$

In equilibrio la domanda di moneta reale L eguaglia l'offerta di moneta reale $\frac{\overline{M}}{\overline{P}}$. Il punto di equilibrio specifica il prezzo di equilibrio del bene venduto nel mercato. In questo caso, nel mercato della moneta, il prezzo del moneta è il tasso di interesse.

$$\frac{\overline{M}}{\overline{P}} = kY - hi$$

$$hi = kY - \frac{\overline{M}}{\overline{P}}$$

$$i = \frac{1}{h}\left(kY - \frac{\overline{M}}{\overline{P}}\right)$$

La funzione LM, che rappresenta l'equilibrio nel mercato della moneta, diventa dunque:

$$LM\ (mercato\ monetario): i = \frac{1}{h}\left(kY - \frac{\overline{M}}{\overline{P}}\right)$$

Quindi l'equilibrio macroeconomico di mercato si trova risolvendo il sistema di due equazioni lineari a due incognite rappresentato dalle schede IS e LM

$$\begin{cases} IS: Y = \alpha_G(\bar{A} - bi) \\ LM: i = \frac{1}{h}\left(kY - \frac{\overline{M}}{\overline{P}}\right) \end{cases}$$

Risolvendo troviamo i valori del reddito Y^* e tasso di interesse di equilibrio i^* dove

$$Y^* = \gamma\bar{A} + \frac{b}{h}\gamma\frac{\overline{M}}{\overline{P}}$$

Per ottenere Y^* in forma ridotta, si sostituisce i nella IS

$$Y = \alpha_G(\bar{A} - bi)$$

$$Y = \alpha_G\left[\bar{A} - \frac{b}{h}\left(kY - \frac{\overline{M}}{\overline{P}}\right)\right]$$

Eliminiamo le parentesi effettuando le moltiplicazioni

$$Y = \alpha_G\overline{A} - \frac{\alpha_G b}{h}kY + \frac{\alpha_G b}{h}\frac{\overline{M}}{\overline{P}}$$

Portiamo i termini con la Y a sinistra e raggruppiamo

$$Y + \frac{\alpha_G b}{h}kY = \alpha_G\overline{A} + \frac{\alpha_G b}{h}\frac{\overline{M}}{\overline{P}}$$

$$Y\left(\frac{h + k\alpha_G b}{h}\right) = \alpha_G\overline{A} + \frac{\alpha_G b}{h}\frac{\overline{M}}{\overline{P}}$$

Dividendo entrambi i lati per $\frac{h+k\alpha_G b}{h}$

$$Y = \frac{h\alpha_G}{h + \alpha_G bk}\overline{A} + \frac{h\alpha_G}{h + \alpha_G bk}\frac{b}{h}\frac{\overline{M}}{\overline{P}}$$

Definendo $\frac{h\alpha_G}{h+\alpha_G bk} = \gamma$ si ottiene

$$Y = \gamma\overline{A} + \gamma\frac{b}{h}\frac{\overline{M}}{\overline{P}}$$

$$\gamma = \frac{h\alpha_G}{h + \alpha_G bk} = moltiplicatore$$

$$\alpha_G = \frac{1}{1 - c(1-t)} = \frac{1}{1 - 0{,}8(1 - 0{,}375)} = \frac{1}{0{,}5} = 2$$

$$\gamma = \frac{100 \times 2}{100 + 2 \times 75 \times 0{,}4} = \frac{200}{160} = 1{,}25$$

$$\bar{A} = \bar{C} + c\overline{TR} - c\overline{TA} + \bar{I} + G$$

$$\bar{A} = 30 + 0{,}8 \times 50 - 0{,}8 \times 30 + 100 + 500$$

$$\bar{A} = 30 + 40 - 24 + 100 + 500 = 646$$

$$Y = 1{,}25 \times 646 + 1{,}25 \times \frac{75}{100} \times 500$$

$$Y = 807 + 468{,}75 = 1.276{,}75$$

$$i = \frac{1}{100}(0{,}4 \times 1.276{,}75 - 500)$$

$$i = 0{,}105$$

b) Calcolare il nuovo valore del reddito e del tasso di interesse compatibili con una variazione della spesa pubblica di 40 ($\Delta G = 40$) finanziata con titoli $\Delta G = 40$

$$\Delta Y = \gamma\Delta G = 1{,}25 * 40 = 50$$

$$Y' = 1.276{,}75 + 50 = 1326{,}75$$

$$i' = \frac{1}{h}\left(kY' - \frac{\overline{M}}{\overline{P}}\right)$$

$$i' = \frac{1}{100}(0{,}4 \times 1326{,}75 - 500) = 0{,}307$$

$$\Delta i = 0{,}307 - 0{,}102 = 0{,}2$$

o anche

$$\Delta i = \frac{0{,}4}{100}\Delta Y = 0{,}2$$

c) Calcolare la variazione dell'offerta di moneta e il nuovo valore del reddito nel caso in cui, all'aumento della spesa pubblica del punto b), le autorità monetarie stabilizzino il tasso di interesse (del punto a.). Calcolare il saldo di bilancio pubblico *BS*

$$Y'' = \alpha_G(\bar{A} - bi)$$

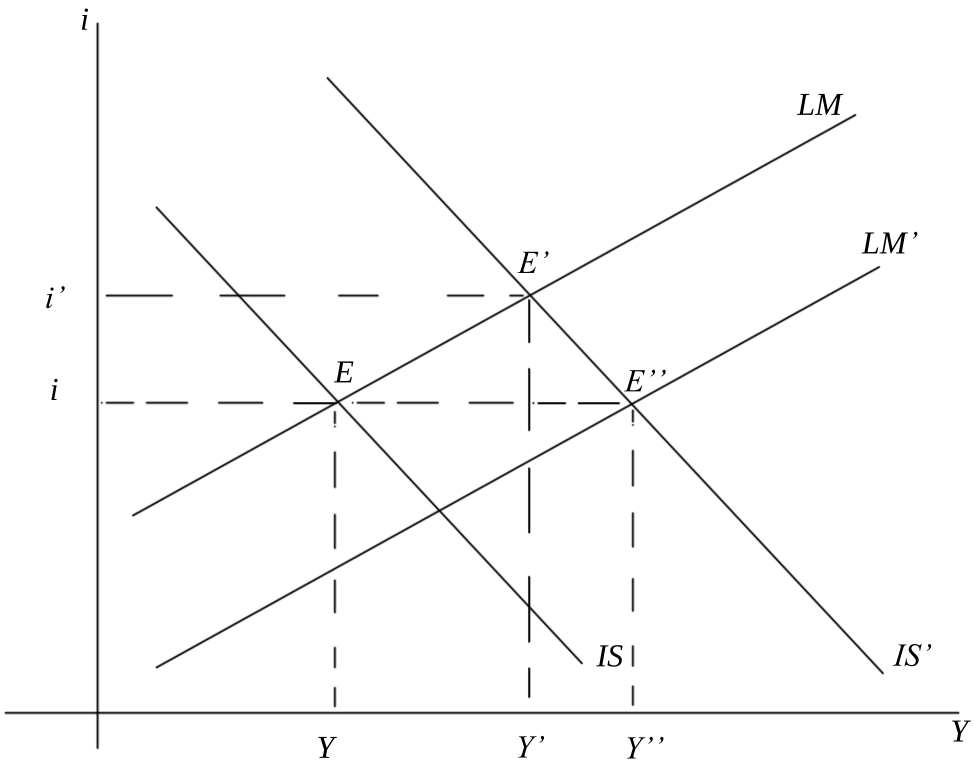
$$Y'' = 2(686 - 100 \times 0{,}105) = 1351$$

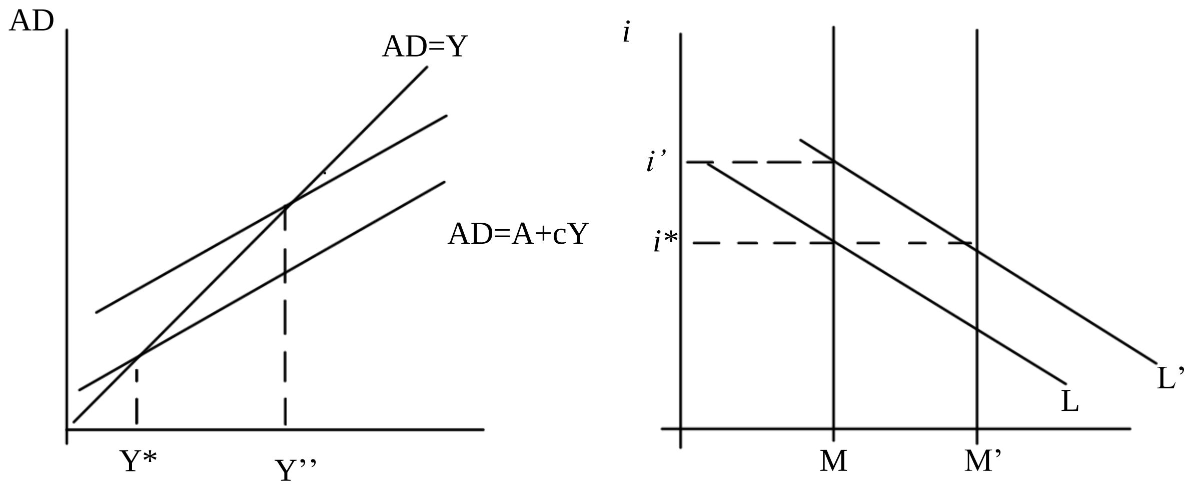
$$\frac{\overline{M'}}{\bar{P}} = 0{,}4 \times 1351 - 100 \times 0{,}105 = 529{,}9$$

$$\Delta\frac{\bar{M}}{\bar{P}} = 529{,}9 - 500 = 29{,}9$$

$$BS = 30 + 0{,}375 \times 1351 - 50 - 540 = -53{,}375$$

d) rappresentazione grafica





Un aumento della spesa pubblica aumenta il reddito del paese Y. Un aumento del reddito genera un aumento della domanda di moneta. A parità di offerta di moneta, l'aumento della domanda genera un aumento dei tassi di interesse. Data la definizione degli investimenti privati $I = \bar{I} - bi$, un aumento del tasso di interesse impatta negativamente su di questi, riducendoli. Si parla di spiazzamento degli investimenti privati causato da una politica fiscale espansiva (in inglese crowding out of investment). Nel momento in cui $i = \frac{\bar{I}}{b}$ l'investimento è pari a 0.

Esercizio 2

Si consideri un modello IS-LM, economia chiusa, prezzi fissi, $(P = 1)$ descritto dalle seguenti relazioni:

$C = 30 + 0{,}75Yd$; $TA = 80 + 0{,}3Y$; $G = 250$; $I = 45 - 150i$; $L = 0{,}5Y - 750i$; $\frac{M}{P} = 250$.

a) Calcolare i valori di equilibrio del reddito, del tasso d'interesse e calcolare il valore del saldo di bilancio pubblico relativo a tali valori di equilibrio (dove $BS = TA - G$);
b) Si ipotizzi un aumento della spesa pubblica pari a $20(\Delta G = 20)$, e che tale spesa venga finanziata per metà con titoli, per un quarto con emissione di base monetaria e per un quarto con imposte in somma fissa $\left(\overline{TA}\right)$. Calcolare il nuovo valore del reddito e del tasso di interesse;
c) Si assuma che il reddito di pieno impiego sia $Y^P = 700$. In che modo la banca centrale sarà in grado di raggiungere la piena occupazione mantenendo al tempo stesso il tasso di interesse invariato (rispetto al punto b))?

Soluzione

a) Calcolare i valori di equilibrio del reddito, del tasso d'interesse e calcolare il valore del saldo di bilancio pubblico relativo a tali valori di equilibrio (dove $BS = TA - G$).

Applicando la formula ridotta si ha:

$$Y = \gamma\bar{A} + \gamma\frac{b}{h}\frac{\bar{M}}{\bar{P}}$$

$$\gamma = \frac{h\alpha_G}{h + \alpha_G bk}$$

$$\alpha_G = \frac{1}{1 - c(1-t)} = \frac{1}{1 - 0{,}75(1-0{,}3)} = \frac{1}{0{,}475} = 2{,}105$$

$$\gamma = \frac{750 \times 2{,}105}{750 + 2{,}105 \times 150 \times 0{,}5} = \frac{1578{,}75}{907{,}875} = 1{,}74$$

$$\bar{A} = \bar{C} - c\overline{TA} + \bar{I} + G$$

$$\bar{A} = 30 - 0{,}75 \times 80 + 45 + 250 = 265$$

$$Y = 1{,}74 \times 265 + 1{,}74 \times \frac{150}{750} \times 250$$

$$Y = 461{,}1 + 87 = 548{,}1$$

$$i = \frac{1}{h}\left(kY - \frac{\bar{M}}{\bar{P}}\right)$$

$$i = \frac{1}{750}(0{,}5 \times 548{,}1 - 250)$$

$$i = 0{,}032$$

$$BS = TA - G$$

$$BS = 80 + 0{,}3Y - 250$$

$$BS = 80 + 0{,}3 \times 548{,}1 - 250 = -5{,}57$$

b) Si ipotizzi un aumento della spesa pubblica pari a 20($\Delta G = 20$), di cui 10 finanziata con titoli, un quarto con moneta $\Delta\frac{\bar{M}}{\bar{P}} = 5$, un quarto con tassazione autonoma $\Delta\overline{TA} = 5$

Applichiamo i moltiplicatori alla formula ridotta

$$\Delta Y = \gamma\Delta\bar{G} - c\gamma\Delta\overline{TA} + \frac{b}{h}\gamma\Delta\frac{\bar{M}}{\bar{P}}$$

$$\Delta Y = 1{,}74 \times 20 - 0{,}75 \times 1{,}74 \times 5 + \frac{150}{750} \times 1{,}74 \times 5$$

$$\Delta Y = 34{,}8 - 6{,}56 + 1{,}74 = 29{,}98$$

$$Y' = 29{,}98 + 548{,}1 = 578{,}08$$

$$\Delta i' = \frac{k}{h}\Delta Y - \frac{1}{h}\frac{\overline{\Delta M}}{\bar{P}}$$

$$\Delta i' = \frac{0{,}5}{750} \times 29{,}98 - \frac{1}{750} \times 5$$

$$\Delta i' = 0{,}02 - 0{,}0066 = 0{,}013$$

$$i' = i + \Delta i' = 0{,}032 + 0{,}013 = 0{,}045$$

$$BS = 80 + 0{,}3 \times 578{,}08 - 270 = -16{,}576$$

c) Si assuma che il reddito di pieno impiego sia $Y^P = 700$

$$\frac{\overline{M'}}{\overline{P}} = 0,5 \times 700 - 750 \times 0,045$$

$$\frac{\overline{M'}}{\overline{P}} = 350 - 33,75 = 316,25$$

$$\Delta\frac{\overline{M}}{\overline{P}} = \frac{\overline{M'}}{\overline{P}} - \frac{\overline{M}}{\overline{P}}$$

$$\Delta\frac{\overline{M}}{\overline{P}} = 316,25 - 250 = 66,25$$

Esercizio 3

Si consideri un modello IS-LM in economica chiusa, prezzi fissi $P = 1$, descritto dalle seguenti relazioni:

$C = 180 + 0,6Yd;\ \ I = 60 - 200i;\ \ \overline{TR} = 40;\ \ TA = 220 + 0,2Y;\ G = 300;$
$L = 0,4Y - 400i;\ \ \boldsymbol{M} = \mathbf{100}.$

a) Calcolare i valori di equilibrio di Y, i e il saldo di bilancio dello Stato (BS).
b) Si ipotizzi che il Governo decida di aumentare i trasferimenti di 20 ($\Delta\overline{TR} = 20$), e, contemporaneamente, la Banca Centrale decida di attuare una politica monetaria restrittiva che prevede una riduzione della base monetaria di 10. Calcolare la variazione del reddito e del tasso di interesse di equilibrio.
c) In che modo il Governo è in grado di raggiungere il reddito di pieno impiego pari a $Y^P = 1300$ e al tempo stesso di assicurare il pareggio del saldo di bilancio dello Stato (rispetto al punto (a))?

Soluzioni

a) Calcolare i valori di equilibrio del reddito, del tasso d'interesse e calcolare il valore del saldo di bilancio pubblico relativo a tali valori di equilibrio (dove $BS = TA - G$).

Applicando la formula ridotta si ha:

$$Y = \gamma\overline{A} + \gamma\frac{b}{h}\frac{\overline{M}}{\overline{P}}$$

$$\gamma = \frac{h\alpha_G}{h + \alpha_G bk}$$

$$\alpha_G = \frac{1}{1 - c(1-t)} = \frac{1}{1 - 0,6(1 - 0,2)} = \frac{1}{0,52} = 1,92$$

$$\gamma = \frac{400 \times 1,92}{400 + 1,92 \times 200 \times 0,4} = \frac{768}{553,6} = 1,387$$

$$\bar{A} = \bar{C} - c\overline{TA} + c\overline{TR} + \bar{I} + G$$

$$\bar{A} = 180 - 0,6 \times 220 + 0,6 \times 40 + 60 + 300 = 432$$

$$Y = 1{,}387 \times 432 + 1{,}387 \times \frac{200}{400} \times 100$$

$$Y = 876{,}18$$

$$i = \frac{1}{h}\left(kY - \frac{\overline{M}}{\overline{P}}\right)$$

$$i = \frac{1}{400}(0{,}4 \times 876{,}18 - 100)$$

$$i = 0{,}418$$

$$BS = TA - TR - G$$

$$BS = 220 + 0{,}2Y - 40 - 300$$

$$BS = 220 + 0{,}2 \times 876{,}18 - 40 - 300 = 55{,}24$$

b) Si ipotizzi che il Governo decida di aumentare i trasferimenti di 20 ($\Delta\overline{TR} = 20$) e, contemporaneamente, la Banca Centrale decida di attuare una politica monetaria restrittiva che prevede una riduzione della base monetaria di 10. Calcolare la variazione del reddito e del tasso di interesse di equilibrio.

Applichiamo i moltiplicatori alla formula ridotta

$$\Delta Y = c\gamma\Delta\overline{TA} + \frac{b}{h}\gamma\Delta\frac{\overline{M}}{\overline{P}}$$

$$\Delta Y = 0{,}6 \times 1{,}387 \times 20 + \frac{200}{400} \times 1{,}387 \times (-10)$$

$$\Delta Y = 16{,}644 - 6{,}935 = 9{,}71$$

$$Y' = 876{,}18 + 9{,}71 = 885{,}89$$

$$\Delta i' = \frac{k}{h}\Delta Y - \frac{1}{h}\frac{\overline{\Delta M}}{\overline{P}}$$

$$\Delta i' = \frac{0{,}4}{400} \times 9{,}71 - \frac{1}{400}(-10)$$

$$\Delta i' = 0{,}1354 + 0{,}025 = 0{,}035$$

c) In che modo il Governo è in grado di raggiungere il reddito di pieno impiego pari a $Y^P = 1300$ e al tempo stesso di assicurare il pareggio del saldo di bilancio dello Stato (rispetto al punto (a))?

$$BS^* = 220 + 0{,}2 \times 1300 - 40 - G' = 0$$

$$G' = 220 + 0{,}2 \times 1300 - 40 = 440$$

$$\Delta G = G' - G = 440 - 300 = 140$$

Dobbiamo calcolare la quantità di M e il tasso di interesse compatibili con tale reddito e l'aumento della spesa pubblica. Riprendendo la formula del reddito

$\Delta Y = Y^P - Y = 1300 - 1213{,}44 = 86{,}56$

$$\Delta Y = \gamma \Delta \bar{A} + \frac{b}{h} \gamma \Delta \frac{\overline{M}}{\overline{P}}$$

$$\Delta \frac{\overline{M}}{\overline{P}} = (\Delta Y - \gamma \Delta \bar{A}) \frac{h}{\gamma b}$$

$$\Delta \frac{\overline{M}}{\overline{P}} = (86{,}56 - 1{,}92 \times 140) \frac{400}{384} = -189{,}83$$

$$\Delta i = \frac{k}{h} \Delta Y - \frac{1}{h} \frac{\Delta \overline{M}}{\overline{P}}$$

$$\Delta i = \frac{0{,}4}{400} \times 86{,}56 - \frac{1}{400} \times (-189{,}83)$$

$$\Delta i = 0{,}08656 + 0{,}475 = 0{,}5611$$

$$i' = 0{,}1604 + 0{,}5611 = 0{,}7215$$