

Corso di Macroeconomia Prof. Fabrizio
Mattesini
Lezione 5 L'economia chiusa nel breve periodo
(IS-LM)

Dottorssa Federica Orioli fedorioli@libero.it

Negli esercizi che seguono si assume di essere in una **economia chiusa nel breve periodo**.

ATTENZIONE: I GRAFICI DEGLI ESERCIZI 1 E 2 SI TROVANO NELLA APPENDICE GRAFICA 1. I GRAFICI DI TUTTI GLI ALTRI ESERCIZI SI TROVANO NELLA APPENDICE GRAFICA 2.

Mercato reale

Esercizio 1

Testo

Sia una economia caratterizzata dalle seguenti equazioni (valori in milioni di euro):

$$\begin{aligned}C &= c_0 + c_1(Y - T), \\c_0 &= 2, \\c_1 &= 0,5, \\T &= 5,\end{aligned}$$

$$I = 50,$$

$$G = 30.$$

Trovate il saldo di bilancio. Individuate il reddito di equilibrio del mercato reale di questa economia ed il valore del moltiplicatore della croce keynesiana. Trovate il nuovo valore del reddito di equilibrio, se la spesa pubblica aumenta del 100%. Rappresentate graficamente la funzione del consumo e l'equilibrio nel

mercato dei beni. Dimostrate infine che la condizione $S = I$ è equivalente alla condizione di equilibrio sul mercato dei beni.

Svolgimento

Il saldo di bilancio di questa economia è:

$$T - G = 5 - 30 = -25 > 0; \text{ il bilancio è in disavanzo.}$$

Per trovare il reddito di equilibrio, basta imporre la condizione:

$$\begin{aligned} Y &= C + I + G, \\ Y &= c_0 + c_1(Y - T) + I + G, \\ Y &= 2 + 0,5(Y - 5) + 50 + 30, \\ Y &= 2 + 0,5Y - 2,5 + 50 + 30, \\ Y - 0,5Y &= 2 - 2,5 + 50 + 30, \\ Y(1 - 0,5) &= 2 - 2,5 + 50 + 30, \\ Y &= \left(\frac{1}{1 - 0,5}\right)(2 - 2,5 + 50 + 30), \\ Y^{eq} &= 159. \end{aligned}$$

Il reddito di equilibrio (indicato come Y^{eq}) è pari a 159 milioni di euro. Il moltiplicatore della croce keynesiana è:

$$\frac{1}{1 - 0,5} = 2.$$

Un raddoppio di G modifica, ovviamente, il reddito di equilibrio. Per calcolare il nuovo reddito possiamo seguire due strade.

1) La prima strada consiste nel sostituire a G il suo nuovo valore (60) nella equazione di equilibrio iniziale e ricalcolare Y come appena fatto. Seguiamo dapprima questa strada:

$$\begin{aligned} Y &= C + I + G, \\ Y &= c_0 + c_1(Y - T) + I + G, \\ Y &= 2 + 0,5(Y - 5) + 50 + 60, \\ Y &= 2 + 0,5Y - 2,5 + 50 + 60, \\ Y - 0,5Y &= 2 - 2,5 + 50 + 60, \\ Y(1 - 0,5) &= 2 - 2,5 + 50 + 60, \\ Y &= \left(\frac{1}{1 - 0,5}\right)(2 - 2,5 + 50 + 60), \\ Y^{eq} &= 219. \end{aligned}$$

2) La seconda strada consiste nell'utilizzo del moltiplicatore della croce keynesiana. Riprendiamo l'equazione di equilibrio del reddito nella forma:

$$Y = \frac{1}{1 - c_1}(c_0 - c_1T + I + G),$$

Per calcolare la variazione di Y rispetto a G , basta calcolare il *differenziale parziale* della equazione di equilibrio:

$$\begin{aligned}\Delta Y &= \frac{dY}{dG} \Delta G, \\ \frac{dY}{dG} &= \frac{1}{1 - c_1}, \\ \Delta G &= 30.\end{aligned}$$

Quindi:

$$\Delta Y = \frac{1}{1 - 0,5} \times 30 = 60.$$

In definitiva, per trovare la variazione di Y , basta moltiplicare il moltiplicatore della croce keynesiana per la variazione di G . Trovata la variazione di Y , per ottenere il nuovo valore di equilibrio del reddito, basta sommare detta variazione (con il proprio segno) al precedente valore di equilibrio:

$$Y^{eq} = 159 + 60 = 219.$$

Ma da cosa deriva l'effetto del moltiplicatore della croce keynesiana? Ebbene, un aumento di una delle componenti della spesa autonoma, come G , fa aumentare la domanda, ovvero la spesa programmata Z . L'aumento della domanda fa aumentare la produzione, e, tale aumento della produzione (la spesa effettiva) fa aumentare il reddito di uno stesso ammontare. La crescita del reddito provoca l'aumento del consumo e, quindi, della domanda (la spesa programmata) e così via. Matematicamente, come visto, il moltiplicatore della croce keynesiana altro non è che la derivata della equazione di equilibrio del reddito rispetto ad una delle componenti della spesa autonoma.

Per la rappresentazione grafica si vedano la Fig. 1 e 2 dell'appendice 1 alla lezione.

Nella Fig. 2, in ascissa si ha il reddito ed in ordinata la spesa programmata. Si noti che, la funzione della spesa programmata è una retta parallela a quella del consumo, la cui inclinazione è ancora c_1 . L'intercetta sull'asse verticale è, però, più alta per via di $-c_1T + I + G$ (ricordate che, si assume che $G - c_1T > 0$). L'inclinazione positiva della retta Z rappresenta la relazione positiva fra Y e la spesa programmata. Infatti, un aumento della produzione Y fa aumentare il reddito dello stesso ammontare (ricordate sempre l'equivalenza fra il concetto di produzione e di reddito dell'economia) e, quindi, anche il reddito disponibile, che dal reddito totale dipende. L'aumento di quest'ultimo fa aumentare il consumo (questa altro non è che la relazione fra Y e C) in base alla propensione marginale al consumo. L'aumento di C , a sua volta, comporta l'aumento della spesa programmata, ovvero della domanda. La Z viene disegnata volutamente

più piatta della retta a 45° uscente dall'origine. Questo vuol dire che, si assume che un aumento della produzione conduca ad un incremento meno che proporzionale della domanda. Questa restrizione deriva dall'ipotesi che i consumatori spendano solo una parte dell'incremento del reddito in consumo (ciò discende dall'ipotesi di propensione marginale al consumo minore di uno).

L'equilibrio è raggiunto nel punto di incontro tra la retta Z e la retta uscente dall'origine avente inclinazione di 45° . E' noto, infatti, dalla matematica che lungo la retta a 45° l'ascissa è uguale all'ordinata (ciò implica, nel nostro caso, $Y = Z$).

Anziché pensare all'equilibrio di breve termine di una economia chiusa nel mercato dei beni in termini di uguaglianza fra domanda e produzione, ovvero fra spesa programmata e spesa effettiva, è possibile partire da un modo alternativo, che considera il risparmio (S) e l'investimento fisso (I), per esprimere la condizione di equilibrio su detto mercato. Questo approccio venne proposto per la prima volta da **Jhon Maynard Keynes** nel 1936. Cominciamo con alcune definizioni:

- 1) Il risparmio (S) è la somma del risparmio privato e del risparmio pubblico.
- 2) Il risparmio privato (S_p) è quello dei consumatori ed è uguale al loro reddito disponibile al netto dei consumi:

$$S_p = Y_d - C = Y - T - C.$$

- 3) Il risparmio pubblico (S_{gov}) è per definizione uguale alle imposte al netto dei trasferimenti (T) meno la spesa pubblica (G), ovvero è il saldo di bilancio del settore pubblico:

$$S_{gov} = T - G.$$

Se $T - G > 0$ il governo ha un avanzo di bilancio (le entrate superano le uscite) ed il risparmio pubblico è positivo. Se $T - G < 0$ il governo ha un disavanzo di bilancio (le uscite superano le entrate) ed il risparmio pubblico è negativo.

Abbiamo visto che, in equilibrio, la spesa effettiva, o produzione, deve uguagliare la spesa programmata, o domanda di beni e servizi:

$$Y = C + I + G.$$

Se sottraiamo T da entrambi i membri e spostiamo C a sinistra otteniamo:

$$Y - T - C = I + G - T.$$

Ovvero:

$$S_p = I + G - T.$$

A questo punto, spostando $G - T$ a sinistra otteniamo:

$$S_p + (T - G) = I.$$

E cioè:

$$S_p + S_{gov} = S = I.$$

Quindi, in equilibrio **l'investimento fisso deve uguagliare il risparmio**. Ovvero, quanto le imprese e gli individui vogliono investire (si ricordi che I è la somma dell'investimento non residenziale e di quello residenziale) deve essere uguale a quanto i consumatori ed il governo vogliono risparmiare. Si noti che, le decisioni di consumo e di risparmio sono due facce della stessa medaglia.

Se c_1 è la propensione marginale al consumo, $(1 - c_1)$ è la propensione marginale al risparmio e ci dice quanto viene risparmiato di un incremento unitario di reddito. Così, se c_1 è 0,60 ed il reddito aumenta di 1 euro, 60 centesimi saranno destinati al consumo e 40, $(1 - 0,60 = 0,40)$, al risparmio.

Esercizio 2

Testo

Assumendo che l'investimento non sia una variabile esogena, fornite una espressione analitica per la funzione di investimento e rappresentatela graficamente.

Si ipotizzi poi che una economia sia caratterizzata dalle seguenti equazioni:

$$\begin{aligned} Y &= C + I + G, \\ G &= 1000, \\ T &= 400, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= c_0 + c_1(Y - T) \dots\dots c_1 = 0,5, \quad c_0 = 300, \\ C &= 300 + 0,5(Y - 400), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I &= I_0 - ar \dots\dots I_0 = 400, \quad a = 1000, \dots\dots r = 0,20, \\ I &= 400 - 1000 \times 0,20 = 200. \end{aligned}$$

a. *Calcolate il livello di equilibrio della produzione e rappresentate graficamente il risultato trovato.*

b. *Supponete che vi sia un miglioramento della fiducia dei consumatori che porta ad un aumento del consumo autonomo:*

$$\Delta c_0 = 100.$$

Trovate il nuovo valore di Y di equilibrio e rappresentate graficamente il risultato trovato; calcolate il moltiplicatore della croce keynesiana.

c. *Spiegate cosa accade all'equilibrio iniziale, se il tasso di interesse aumenta. La relazione così trovata fra Y ed r ha un nome specifico. Quale?*

Svolgimento

Nella realtà, l'investimento fisso è una variabile *endogena*, ovvero una variabile che dipende da altre variabili del modello. E', cioè, una variabile che il modello tenta di spiegare. Esso dipende principalmente da due fattori:

1) Il **livello delle vendite**.

Immaginate che una impresa si trovi di fronte ad un aumento delle vendite, ovvero della spesa programmata. Se vorrà incrementare la produzione, ovvero la spesa effettiva, per soddisfare la maggiore domanda, l'impresa sarà costretta ad acquistare nuovi impianti e macchinari, cioè sarà costretta ad investire. In definitiva, ad un aumento della spesa programmata (domanda), segue un aumento della spesa effettiva (produzione) Y , ovvero del reddito dell'economia, e a tali incrementi si associa, appunto, un aumento degli investimenti fissi. Al contrario, in presenza di un calo della domanda, la produzione si contrae e gli investimenti si riducono. Così, è verosimile assumere una **relazione positiva** tra livello degli investimenti fissi ed Y .

2) Il **tasso di interesse** (il tasso di interesse a cui ci si riferisce quando si studia il mercato dei beni è quello reale, che misura il vero costo dell'investimento, e non quello nominale. Ovviamente, finché studiamo il breve periodo, possiamo ignorare la distinzione fra i due tassi, essendo i prezzi fissi).

Una impresa che deve comprare, ad esempio, un nuovo macchinario, ovvero che deve investire, deve spendere del denaro per l'acquisto.

Se per acquistare l'impianto l'impresa deve ricorrere ad un prestito, la decisione di effettuare l'investimento o meno dipenderà dal confronto tra il tasso di interesse che dovrà pagare sul prestito richiesto, ovvero il tasso di interesse di mercato (r), ed il tasso di rendimento atteso che il nuovo impianto darà nel futuro. Tanto maggiore è il tasso di interesse che l'impresa deve pagare per il prestito, tanto minore sarà la convenienza ad investire.

D'altra parte, anche qualora per acquistare l'impianto l'impresa potesse ricorrere a capitale proprio, la decisione di effettuare l'investimento o meno dipenderebbe comunque dal tasso di interesse di mercato. L'impresa, infatti, potrebbe investire quel denaro nell'acquisto di titoli od oro (potrebbe, cioè, effettuare un investimento finanziario, anziché fisso) ricavandone come rendimento il tasso di interesse di mercato (r). Ancora una volta, tanto maggiore è il tasso di interesse che l'impresa può ottenere dall'investimento finanziario, tanto minore sarà la convenienza ad effettuare un investimento fisso. In ogni caso, perciò, quanto più è alto il tasso di interesse di mercato, tanto minore sarà la convenienza ad effettuare l'investimento. E', quindi, plausibile assumere una **relazione negativa** fra il livello degli investimenti ed il tasso di interesse.

Quanto detto, ci consente di riscrivere l'equazione dell'investimento fisso in forma implicita come:

$$I = I(Y, \bar{r}).$$

Questa equazione si legge: “l’investimento fisso è una funzione positiva di Y e negativa di r ”.

E’ utile assumere per la funzione di investimento una forma lineare del tipo:

$$I = I_0 + bY - ar, \quad (b, a > 0),$$

dove I_0 è la componente autonoma dell’investimento ed i due parametri a e b sono positivi.

Il parametro b è la sensibilità dell’investimento alle variazioni del reddito. Ovvero, indica come varia I al variare di Y .

Il parametro a è la sensibilità dell’investimento alle variazioni del tasso di interesse. Ovvero, indica come varia I al variare di r .

Anche nel caso in cui I è una variabile endogena, possiamo rappresentare graficamente l’equilibrio di breve termine nel mercato dei beni in una economia chiusa. La rappresentazione grafica è praticamente la stessa del caso in cui l’investimento fisso sia considerato una variabile esogena. Ancora una volta la produzione, o spesa effettiva Y , è misurata sull’asse delle ascisse e la domanda, o spesa programmata Z , sull’asse delle ordinate. In questo caso, però, è necessario fissare r ad un certo livello. Per un dato valore del tasso di interesse, ancora una volta, la domanda è una funzione crescente di Y (ovvero tratteremo una retta inclinata positivamente).

Per una rappresentazione grafica della funzione di investimento si veda la Fig. 3.

a. In equilibrio la spesa programmata Z deve uguagliare la spesa effettiva Y :

$$\begin{aligned} Z &= Y = C + I + G, \\ Y &= 300 + 0,5(Y - 400) + 400 - 1000 \times 0,20 + 1000, \\ Y &= 300 + 0,5Y - 200 + 200 + 1000, \\ 0,5Y &= 1300, \\ Y &= 2600. \end{aligned}$$

Per rappresentare graficamente il risultato ottenuto (Fig. 4) si deve tenere conto che la produzione, o spesa effettiva Y , è misurata sull’asse delle ascisse e la domanda, o spesa programmata Z , sull’asse delle ordinate. Notate che, per procedere alla rappresentazione è necessario fissare r ad un certo livello. Infatti, per valori diversi del tasso di interesse si hanno diverse rette che rappresentano Z . Nel nostro esercizio $r = 0,20$. Per un dato valore del tasso di interesse, la domanda è una funzione crescente di Y (ovvero tratteremo una retta inclinata positivamente).

b. Per trovare il nuovo valore di equilibrio di Y possiamo sostituire nelle equazioni iniziali a c_0 il valore di 400 all’iniziale valore di 300:

$$\begin{aligned} Y &= 400 + 0,5(Y - 400) + 400 - 1000 \times 0,20 + 1000, \\ Y &= 2800. \end{aligned}$$

A fronte di un aumento di Z di 100 si ha, perciò, un aumento della produzione di 200. In pratica, ogni euro in più di c_0 genera un aumento della produzione di 2 euro. Questo ci porta a dire intuitivamente che **il moltiplicatore della croce keynesiana è pari a 2**. In pratica, quando c_0 aumenta di 100, la Z aumenta di 100 e le imprese reagiscono aumentando Y di 100. L'aumento di Y , a sua volta, induce un aumento del consumo di $c_1 \times 100 = 0,5 \times 100 = 50$. Questo aumento del consumo fa aumentare ulteriormente Z di 50 e, di nuovo, le imprese reagiscono aumentando Y di 50. Anche questo nuovo incremento di Y provoca un aumento di C in base a c_1 , e così via. Ecco perchè l'iniziale aumento di Z fa aumentare in modo più che proporzionale Y .

Per trovare l'espressione analitica del moltiplicatore, scriviamo il modello in forma parametrica:

$$\begin{aligned} Y &= C + I + G, \\ Y &= c_0 + c_1(Y - T) + I_0 - ar + G, \\ Y &= c_0 + c_1Y - c_1T + I_0 - ar + G, \\ Y(1 - c_1) &= c_0 - c_1T + I_0 - ar + G, \\ Y &= \frac{1}{1 - c_1}(c_0 - c_1T + I_0 + G) - \frac{a}{1 - c_1}r. \end{aligned}$$

$$\frac{dY}{dc_0} = \frac{1}{1 - c_1} = \frac{1}{1 - 0,5} = 2 \dots \text{moltiplicatore della croce keynesiana.}$$

$$\begin{aligned} \Delta Y &= \frac{dY}{dc_0} \Delta c_0, \\ \Delta Y &= 2 \times 100 = 200. \end{aligned}$$

c. Se il tasso di interesse aumenta, la spesa per investimento si riduce, ovvero Z diminuisce. La Z si sposta parallelamente alla data verso il basso (l'inclinazione della curva rimane invariata e pari a c_1). Il nuovo equilibrio trovato è caratterizzato da un valore minore di Y ed un valore maggiore di r . Tale relazione altro non è che la curva IS .

Esercizio 3 (IS-LM)

Si noti che nel modello sono assunti prezzi fissi (siamo nel breve periodo). Dunque, l'inflazione è nulla e per tale motivo è possibile sia normalizzare i prezzi ad 1, sia non distinguere fra tasso di interesse reale e nominale. Si parlerà, perciò, semplicemente di tasso di interesse e lo si indicherà con la lettera r .

a.

i. L'equazione della curva IS viene derivata a partire dalla condizione di equilibrio del mercato dei beni:

$$Y = C + I + G.$$

Poichè:

$$\begin{aligned} C &= C^{\circ} + c(Y - T^{\circ} - tY), \\ C &= 50 + 0,75(Y - 0 - 0,2Y), \end{aligned}$$

e:

$$\begin{aligned} I &= I^{\circ} - ar, \\ I &= 550 - 200r, \end{aligned}$$

essendo $G = 800$ una variabile esogena, la condizione di equilibrio diventa:

$$Y = 50 + 0,75(Y - 0 - 0,2Y) + 550 - 200r + 800.$$

Questa equazione è l'equazione della curva IS . Essa rappresenta le coppie di reddito e tasso di interesse che garantiscono l'equilibrio nel mercato dei beni. Può essere esplicitata sia per Y che per r . Esplicitando tale funzione per Y , ovvero portando a sinistra del simbolo di uguaglianza tutti i termini in cui la Y compare, si ottiene:

$$\begin{aligned} Y &= 1400 + 0,75Y - 0,15Y - 200r, \\ Y - 0,75Y + 0,15Y &= 1400 - 200r, \\ Y(1 - 0,75 + 0,15) &= 1400 - 200r, \\ Y &= 3500 - 500r. \end{aligned}$$

In modo equivalente, svolgendo per r , si ottiene:

$$\begin{aligned} r &= 7 - (1/500)Y, \\ r &= 7 - 0,002Y. \end{aligned}$$

ii. L'equazione della curva LM viene, invece, derivata a partire dalla condizione di equilibrio del mercato della moneta:

$$\begin{aligned} M^s &= M^d, \\ M^{\circ} &= kY - mr, \\ 1700 &= 0,5Y - 250r. \end{aligned}$$

Questa equazione è l'equazione della curva LM . Essa rappresenta le coppie di reddito e tasso di interesse che garantiscono l'equilibrio nel mercato monetario. Può essere esplicitata sia per Y che per r . Esplicitando tale funzione per Y , ovvero portando a sinistra del simbolo di uguaglianza tutti i termini in cui la Y compare, si ottiene:

$$Y = 3400 + 500r.$$

In modo equivalente, svolgendo per r , si ottiene:

$$r = -6,8 + 0,002Y.$$

b. In un sistema cartesiano in cui vi siano in ordinata la variabile r ed in ascissa la variabile Y , le due equazioni esplicitate per r sono le equazioni di due rette. La retta IS ha una inclinazione negativa pari a:

$$\frac{dr}{dY} |_{IS} = -0,002,$$

mentre la retta LM ha una inclinazione positiva pari a:

$$\frac{dr}{dY} |_{LM} = +0,002.$$

La pendenza della curva IS evidenzia una relazione negativa fra tasso di interesse e reddito reale. Se il tasso di interesse diminuisce, la spesa programmata (la domanda aggregata) aumenta a causa dell'aumento dell'investimento fisso. A parità di spesa effettiva (offerta aggregata), si genera un eccesso di domanda rispetto all'offerta. In presenza di scorte nulle di magazzino, ciò provoca un eccesso di domanda che può essere soddisfatto solo incrementando la produzione, mentre in presenza di scorte positive ciò comporta una riduzione delle stesse non programmata per fronteggiare la maggiore domanda, che induce, comunque, un aumento della produzione. In entrambi i casi, le imprese devono incrementare la produzione per ripristinare l'equilibrio nel mercato dei beni.

La pendenza della curva LM evidenzia una relazione positiva fra tasso di interesse e reddito reale. Se il reddito reale aumenta, la domanda di moneta aumenta e, data, l'offerta si genera un eccesso di domanda di moneta rispetto all'offerta. La variabile che si muove per ripristinare l'equilibrio nel mercato monetario è il tasso di interesse r , che aumenta per indurre gli individui a domandare meno moneta.

c. Poiché la curva IS è formata dalle coppie di reddito e tasso di interesse che garantiscono l'equilibrio nel mercato dei beni, mentre la curva LM è formata dalle coppie di reddito e tasso di interesse che garantiscono l'equilibrio nel mercato monetario, per trovare la coppia di valori (Y, r) che garantisce l'equilibrio simultaneo sui due mercati (equilibrio macroeconomico generale), algebricamente, non bisogna fare altro che mettere a sistema le equazioni delle due curve. Ovvero, è necessario risolvere un sistema di due equazioni (appunto la IS e la LM) nelle due incognite Y ed r :

$$\begin{aligned} IS &: r = 7 - 0,002Y, \\ LM &: r = -6,8 + 0,002Y, \end{aligned}$$

da cui:

$$\begin{aligned} 7 - 0,002Y &= -6,8 + 0,002Y, \\ Y^{eq} &= 3450, \\ r^{eq} &= 0,1. \end{aligned}$$

d. Aumenta la spesa pubblica, $\Delta G = 20$.

i. L'incremento di spesa pubblica è **interamente finanziato dall'emissione di titoli**.

Il metodo più semplice per risolvere questo punto è quello di sostituire a G nella equazione di equilibrio del mercato dei beni il suo nuovo valore ($G = 820$) e trovare, quindi, la **nuova** equazione della curva IS che, messa a sistema con la **vecchia** equazione della curva LM , fornirà i nuovi valori di equilibrio macroeconomico generale di Y ed r :

$$Y = 50 + 0,75(Y - 0 - 0,2Y) + 550 - 200r + 820,$$

da cui:

$$\begin{aligned} Y &= 1420 + 0,75Y - 0,15Y - 200r, \\ Y - 0,75Y + 0,15Y &= 1420 - 200r, \\ Y(1 - 0,75 + 0,15) &= 1420 - 200r, \\ Y &= 3550 - 500r, \\ r &= 7,1 - 0,002Y \quad \text{nuova } IS. \end{aligned}$$

Quindi:

$$\begin{aligned} IS &: r = 7,1 - 0,002Y, \\ LM &: r = -6,8 + 0,002Y, \end{aligned}$$

da cui:

$$\begin{aligned} 7,1 - 0,002Y &= -6,8 + 0,002Y, \\ Y^{eq} &= 3475, \\ r^{eq} &= 0,15. \end{aligned}$$

Esiste, però, una seconda strada, meno intuitiva, ma più elegante, per trovare il risultato, che prevede l'uso dei **moltiplicatori**. Questo secondo metodo di

risoluzione alcune volte vi verrà richiesto espressamente all'esame e può essere condotto sia in forma parametrica (metodo elegante, ma laborioso dal punto di vista algebrico) che in forma numerica (metodo consigliato in sede di esame).

Cominciamo con la soluzione parametrica.

Scriviamo il modello $IS - LM$ in forma parametrica:

$$\begin{aligned} IS &: Y = C^\circ + c(Y - T^\circ - tY) + I^\circ - ar + G, \\ LM &: M^\circ = kY - mr. \end{aligned}$$

Dalla prima (la IS) ricaviamo Y :

$$\begin{aligned} Y - cY + ctY &= C^\circ - cT^\circ + I^\circ - ar + G, \\ Y(1 - c + ct) &= C^\circ - cT^\circ + I^\circ - ar + G, \\ Y &= \frac{1}{(1 - c + ct)} \times (C^\circ - cT^\circ + I^\circ - ar + G). \end{aligned}$$

Chiamiamo $C^\circ - cT^\circ + I^\circ + G = A$ (componente autonoma della domanda aggregata). Si noti che:

$$\frac{1}{(1 - c + ct)} = \text{moltiplicatore della croce keynesiana.}$$

Dalla seconda (la LM) ricaviamo r :

$$\begin{aligned} mr &= -M^\circ + kY, \\ r &= -\frac{1}{m}M^\circ + \frac{k}{m}Y. \end{aligned}$$

Sostituiamo il valore trovato per r dalla LM nella IS :

$$\begin{aligned} Y &= \frac{1}{(1 - c + ct)} \times A - \frac{a}{(1 - c + ct)}r, \\ Y &= \frac{1}{(1 - c + ct)} \times A - \frac{a}{(1 - c + ct)} \times \left(-\frac{1}{m}M^\circ + \frac{k}{m}Y\right). \end{aligned}$$

Portiamo a sinistra del simbolo di uguaglianza i termini che contengono la

Y :

$$\begin{aligned}
Y + Y \left[\frac{k}{m} \frac{a}{(1-c+ct)} \right] &= \frac{1}{(1-c+ct)} \times A + \frac{a}{(1-c+ct)} \frac{1}{m} M^\circ, \\
Y \left[1 + \frac{k}{m} \frac{a}{(1-c+ct)} \right] &= \frac{1}{(1-c+ct)} \times A + \frac{a}{(1-c+ct)} \frac{1}{m} M^\circ, \\
Y \left[\frac{m(1-c+ct) + ka}{m(1-c+ct)} \right] &= \frac{1}{(1-c+ct)} \times A + \frac{a}{(1-c+ct)} \frac{1}{m} M^\circ, \\
Y &= \frac{m}{m(1-c+ct) + ka} \times A + \frac{a}{m(1-c+ct) + ka} M^\circ, \\
Y &= \frac{1}{[1-c(1-t)] + \frac{ka}{m}} \times A + \frac{\frac{a}{m}}{[1-c(1-t)] + \frac{ka}{m}} M^\circ.
\end{aligned}$$

L'espressione trovata per Y fornisce il **reddito di equilibrio macroeconomico generale**. In essa compaiono due termini molto importanti, il **moltiplicatore della politica fiscale** (da non confondere con il *moltiplicatore della croce keynesiana*) ed il **moltiplicatore della politica monetaria** (da non confondere con il *moltiplicatore della moneta*):

$$\begin{aligned}
\frac{1}{[1-c(1-t)] + \frac{ka}{m}} &= \text{moltip. politica fiscale,} \\
\frac{\frac{a}{m}}{[1-c(1-t)] + \frac{ka}{m}} &= \text{moltip. politica monetaria.}
\end{aligned}$$

Il primo fornisce la variazione del reddito di equilibrio macroeconomico generale dovuta ad una variazione di una delle componenti autonome della domanda aggregata ($C^\circ - cT^\circ + I^\circ + G$). Il secondo fornisce la variazione del reddito di equilibrio macroeconomico generale dovuta ad una variazione della offerta di moneta (M°).

Ricordando, perciò, l'espressione del moltiplicatore della politica fiscale ed osservando che G fa parte della spesa autonoma, potevamo risolvere l'esercizio come segue:

$$\begin{aligned}
\frac{dY}{dG} &= \frac{1}{[1-c(1-t)] + \frac{ka}{m}}, \\
\Delta Y &= \frac{dY}{dG} \Delta G, \\
\Delta Y &= \frac{1}{[1-c(1-t)] + \frac{ka}{m}} \Delta G.
\end{aligned}$$

Sostituendo i valori:

$$\Delta Y = \frac{1}{[1-0,75(1-0,2)] + \frac{0,5 \times 200}{250}} \times 20 = 25.$$

Poichè, prima della manovra, il reddito di equilibrio macroeconomico generale era 3450, dopo la manovra fiscale diventa:

$$Y^{eq} = 3450 + 25 = 3475.$$

Esattamente pari al valore già trovato con il metodo più intuitivo.

Un modo alternativo, che consente comunque di trovare i moltiplicatori senza usare il modello in forma parametrica è, come anticipato, il metodo numerico. Riscriviamo la *IS*, ovvero la condizione di equilibrio nel mercato dei beni in cui i parametri sono sostituiti dal valore numerico degli stessi fornito dal testo. Risolviamo di nuovo per *Y* e **lasciamo incognita la spesa pubblica (la variabile che cambia)**:

$$\begin{aligned} Y &= 50 + 0,75(Y - 0 - 0,2Y) + 550 - 200r + G, \\ Y(1 - 0,75 + 0,15) &= 600 - 200r + G, \\ 0,4Y &= 600 - 200r + G. \end{aligned}$$

Ora, sostituiamo al tasso di interesse la sua espressione ottenuta dalla *LM*, anch'essa scritta in forma numerica:

$$\begin{aligned} LM &: \quad r = -6,8 + 0,002Y, \\ 0,4Y &= 600 - 200(-6,8 + 0,002Y) + G, \\ Y &= 2450 + 1,25 \times G. \end{aligned}$$

Il moltiplicatore di *G* è, quindi, 1,25.

$$\begin{aligned} \frac{dY}{dG} &= 1,25, \\ \Delta Y &= \frac{dY}{dG} \Delta G, \\ \Delta Y &= 1,25 \times 20 = 25. \end{aligned}$$

Noto Y^{eq} , per trovare *r* basta usare l'equazione della *LM*, rimasta invariata a seguito della manovra fiscale, e sostituire ad *Y* il nuovo valore di equilibrio trovato. E' possibile anche usare la *IS* e sostituire in essa il nuovo valore di *Y*, ma in questo caso si deve ricordare di usare l'equazione della nuova *IS*, ovvero:

$$r = 7,1 - 0,002Y.$$

Si noti che, contrariamente a quanto accade nel lungo termine, in cui una manovra fiscale ha come effetto la sola variazione del tasso di interesse e dell'investimento fisso (ovvero cambia la composizione della domanda, ma non il reddito di equilibrio), nel breve periodo la manovra fiscale modifica anche il reddito di equilibrio. Per tale motivo, si dice che nel breve termine **la politica fiscale è efficace**.

ii. L'incremento di spesa pubblica è **interamente finanziato con emissione di moneta** ($\Delta G = \Delta M^\circ = 20$).

Ancora una volta è possibile seguire due strade. La prima è quella più intuitiva. Oltre a trovare una **nuova** equazione per la curva IS inserendo nella condizione di equilibrio del mercato dei beni la nuova spesa pubblica (esattamente come fatto al punto precedente), è qui necessario trovare una **nuova** equazione anche per la LM , perchè ora anche l'offerta di moneta cambia passando da 1700 a 1720. La nuova LM è:

$$\begin{aligned} M^s &= M^d, \\ M^\circ &= kY - mr, \\ 1720 &= 0,5Y - 250r, \\ r &= 0,002Y - 6,88. \end{aligned}$$

Le equazioni da mettere a sistema sono, perciò:

$$\begin{aligned} IS &: r = 7,1 - 0,002Y, \\ LM &: r = -6,88 + 0,002Y, \end{aligned}$$

da cui:

$$\begin{aligned} 7,1 - 0,002Y &= -6,88 + 0,002Y, \\ Y^{eq} &= 3495, \\ r^{eq} &= 0,11. \end{aligned}$$

Ancora una volta, però, era possibile giungere al medesimo risultato seguendo la strada dei moltiplicatori. In particolare, in forma parametrica:

$$\begin{aligned} \frac{dY}{dG} &= \frac{1}{[1 - c(1 - t)] + \frac{ka}{m}} = \\ &= \frac{1}{[1 - 0,75(1 - 0,2)] + \frac{0,5 \times 200}{250}} = 1,25, \\ \frac{dY}{dM^\circ} &= \frac{\frac{a}{m}}{[1 - c(1 - t)] + \frac{ka}{m}} = \\ &= \frac{\frac{200}{250}}{[1 - 0,75(1 - 0,2)] + \frac{0,5 \times 200}{250}} = 1. \end{aligned}$$

Quindi:

$$\begin{aligned} \Delta Y &= \frac{dY}{dG} \Delta G + \frac{dY}{dM^\circ} \Delta M^\circ, \\ \Delta Y &= \frac{1}{[1 - c(1 - t)] + \frac{ka}{m}} \Delta G + \frac{\frac{a}{m}}{[1 - c(1 - t)] + \frac{ka}{m}} \Delta M^\circ. \end{aligned}$$

Sostituendo:

$$\Delta Y = \frac{1}{[1 - 0,75(1 - 0,2)] + \frac{0,5 \times 200}{250}} \times 20 + \frac{\frac{200}{250}}{[1 - 0,75(1 - 0,2)] + \frac{0,5 \times 200}{250}} \times 20 = 45.$$

Poichè prima della manovra il reddito di equilibrio macroeconomico generale era 3450, ora è:

$$Y^{eq} = 3450 + 45 = 3495.$$

Esattamente pari al valore già trovato con il metodo più intuitivo.

Anche in questo caso, possiamo trovare i moltiplicatori evitando la forma parametrica ed utilizzando la forma numerica. Per la *IS* procediamo come già fatto::

$$\begin{aligned} Y &= 50 + 0,75(Y - 0 - 0,2Y) + 550 - 200r + G, \\ Y(1 - 0,75 + 0,15) &= 600 - 200r + G, \\ 0,4Y &= 600 - 200r + G. \end{aligned}$$

Ora, sostituiamo al tasso di interesse la sua espressione ottenuta dalla nuova *LM* in cui cambia M° , che perciò **va lasciata in forma parametrica** (RICORDATE SEMPRE DI LASCIARE IN FORMA PARAMETRICA LE VARIABILI CHE CAMBIANO):

$$\begin{aligned} LM &: M^\circ = 0,5Y - 250r, \\ r &= 0,002Y - 0,004M^\circ, \\ 0,4Y &= 600 - 200(0,002Y - 0,004M^\circ) + G, \\ Y &= 750 + 1,25 \times G + 1 \times M^\circ. \end{aligned}$$

Il moltiplicatore della spesa pubblica è sempre 1,25, mentre il moltiplicatore di M° è 1.

$$\begin{aligned} \frac{dY}{dG} &= 1,25, \\ \frac{dY}{dM^\circ} &= 1, \\ \Delta Y &= \frac{dY}{dG} \Delta G + \frac{dY}{dM^\circ} \Delta M^\circ, \\ \Delta Y &= 1,25 \times 20 + 1 \times 20 = 45. \end{aligned}$$

Noto Y^{eq} , per trovare r occorre, questa volta, usare o la **nuova** equazione della *LM*, o la **nuova** equazione della *IS* e sostituire ad Y il nuovo valore di equilibrio trovato.

Si noti anche in questo caso che, contrariamente a quanto accade nel lungo termine, in cui una manovra monetaria ha come effetto la sola variazione dei prezzi (teoria quantitativa della moneta), nel breve periodo la manovra monetaria modifica il reddito di equilibrio. Per tale motivo, si dice che nel breve termine **la politica monetaria è efficace mentre nel lungo termine è neutrale** (nel lungo termine non varia neppure il tasso di interesse e, quindi, neppure la composizione della domanda; non ci sono cioè effetti reali).

Chiediamoci ora: quale sarebbe dovuta essere la variazione di M° se le autorità avessero voluto stabilizzare il reddito dopo la manovra fiscale? In pratica ci stiamo chiedendo in che modo la BC avrebbe dovuto intervenire, se avesse voluto eliminare l'effetto espansivo su Y della manovra fiscale. Poiché la manovra fiscale ha provocato un aumento di reddito, per riportare il reddito al valore antecedente la manovra, la BC deve ridurre l'offerta di moneta. La strada più veloce per risolvere il problema è quella di imporre nel differenziale totale di Y appena trovato $\Delta Y = 0$, lasciando incognito il valore di M° :

$$\begin{aligned}\Delta Y &= \frac{dY}{dG} \Delta G + \frac{dY}{dM^\circ} \Delta M^\circ, \\ 0 &= 1,25 \times 20 + 1 \times \Delta M^\circ, \\ \Delta M^\circ &= -25.\end{aligned}$$

Per mantenere Y al livello di 3450, la BC deve ridurre l'offerta di moneta di 25 dopo l'aumento della spesa pubblica di 20.

Un modo alternativo per risolvere il problema è quello di risolvere il sistema di equazioni $IS - LM$ sostituendo nella IS ad Y il valore di 3450 e a G il valore di 820 per trovare r ; trovato il tasso di interesse basta inserirlo, insieme a $Y = 3450$, nella LM in cui M° è incognito. Dalla IS :

$$\begin{aligned}Y &= 50 + 0,75(Y - 0 - 0,2Y) + 550 - 200r + G, \\ 0,4 \times 3450 &= 600 - 200r + 820, \\ r &= 0,2.\end{aligned}$$

Dalla LM :

$$\begin{aligned}M^\circ &= 0,5Y - 250r, \\ M^\circ &= 0,5 \times 3450 - 250 \times 0,2, \\ M^\circ &= 1675.\end{aligned}$$

Una spesa pubblica di 820 è compatibile con un reddito di 3450 se l'offerta di moneta è 1675. Poiché, prima della manovra fiscale, l'offerta di moneta era 1700, dopo la manovra la BC deve variare l'offerta di -25 affinché il reddito non cambi.

e. Come visto, l'aumento della spesa pubblica finanziato attraverso l'emissione di titoli, comporta un aumento sia del reddito di equilibrio che del tasso di

interesse. L'aumento del reddito è provocato dall'aumento della domanda aggregata generato dalla crescita di G che di essa fa parte. Per evitare un decumulo di scorte, o un eccesso di domanda in presenza di scorte nulle, le imprese sono costrette ad aumentare la produzione per ripristinare l'equilibrio nel mercato dei beni. L'aumento della produzione Y , a sua volta, genera effetti anche sul mercato monetario. La domanda di moneta, che dipende positivamente da Y , aumenta. Essendo data l'offerta di moneta, sul mercato monetario si genera un eccesso di domanda rispetto all'offerta. Il tasso di interesse deve, quindi, aumentare per provocare una riduzione della domanda di moneta e ripristinare l'equilibrio nel mercato monetario. Sull'investimento fisso, perciò, quando questo dipende sia da Y che da r , si hanno due effetti contrapposti: da una parte l'aumento di Y provoca l'aumento di I , dall'altra l'aumento del tasso di interesse comporta la riduzione dell'investimento fisso. L'effetto complessivo nel nuovo equilibrio macroeconomico generale è, quindi, ambiguo e non determinabile a priori. L'effetto di contrazione degli investimenti derivante dall'aumento del tasso di interesse prende il nome di **effetto di retroazione monetaria** (l'aumento di r necessario per mantenere in equilibrio il mercato monetario retroagisce nel mercato reale, **spiazzando**, appunto, l'investimento). A causa dell'effetto di retroazione monetaria l'aumento della spesa pubblica non ha un effetto pieno sull'aumento di reddito. **Parte dell'aumento di G è spiazzato dalla riduzione dell'investimento fisso provocata dall'aumento di r .**

Nel nostro esempio, in particolare, l'investimento fisso dipende solo da r , siamo, perciò, sicuri che dopo la manovra fiscale, nel nuovo equilibrio macroeconomico generale, I sarà inferiore:

$$I = I^{\circ} - ar.$$

Quindi:

$$\begin{aligned}\Delta I &= \frac{dI}{dY}\Delta Y + \frac{dI}{dr}\Delta r, \\ \frac{dI}{dY} &= 0 \quad \Delta Y = 25, \\ \frac{dI}{dr} &= -a = -200 \quad \Delta r = 0,15 - 0,1 = 0,05, \\ \Delta I &= 0 \times 25 + (-200 \times 0,05) = -10.\end{aligned}$$

Gli investimenti si riducono di 10. Ovviamente, la variazione di I poteva essere anche calcolata semplicemente sostituendo nella funzione di investimento il nuovo valore di r :

$$\begin{aligned}I^1 &= 550 - 200 \times 0,1 = 530, \\ I^2 &= 550 - 200 \times 0,15 = 520, \\ \Delta I &= I^2 - I^1 = -10.\end{aligned}$$

D'altra parte, un ragionamento simile vale anche quando l'aumento della spesa pubblica è finanziato attraverso l'emissione di moneta. Ancora una volta, nel nuovo equilibrio si ha un aumento sia del reddito che del tasso di interesse. L'aumento del reddito, di nuovo, è provocato dall'aumento della domanda aggregata generato dalla crescita di G che di essa fa parte. Per evitare un decumulo di scorte, o un eccesso di domanda in presenza di scorte nulle, le imprese sono costrette ad aumentare la produzione per ripristinare l'equilibrio nel mercato dei beni. L'aumento della produzione Y , a sua volta, genera effetti anche sul mercato monetario. La domanda di moneta, che dipende positivamente da Y , aumenta. In questo caso, però, poichè l'aumento della spesa pubblica è finanziato attraverso l'emissione di moneta, anche l'offerta di moneta cambia. L'offerta di moneta aumenta, andando a coprire parte dell'aumento di domanda di moneta generato dall'aumento del reddito. Sul mercato monetario si ha, perciò, un minore eccesso di domanda rispetto all'offerta rispetto al caso precedente. Il tasso di interesse deve, quindi, aumentare di meno per provocare la riduzione della domanda di moneta e ripristinare l'equilibrio nel mercato monetario ($0,1 < 0,11 < 0,15$). Sull'investimento fisso, sempre quando questo dipende anche da Y , si hanno nuovamente due effetti contrapposti: da una parte l'aumento di Y provoca l'aumento di I , dall'altra l'aumento del tasso di interesse comporta la riduzione dell'investimento fisso. L'effetto complessivo è, quindi, ancora ambiguo e non determinabile a priori. Ci aspettiamo però, sicuramente una riduzione di I dovuta all'aumento di r inferiore rispetto al caso in cui l'incremento di G era finanziato dall'emissione di titoli. Ciò, proprio perchè il tasso di interesse ha subito un minore aumento. L' **effetto di retroazione monetaria** ed il conseguente effetto di **spiazzamento** dell'investimento sono inferiori ed una minore parte dell'aumento di G è spiazzata dalla riduzione dell'investimento fisso. Infatti, in questo secondo caso, l'aumento finale di Y è maggiore ($3450 < 3475 < 3495$).

Nel nostro esempio, in particolare, ci aspettiamo una riduzione di I , che, ricordiamo, dipende in questo esercizio solo da r . Tale riduzione è ora:

$$\begin{aligned}\Delta I &= \frac{dI}{dY}\Delta Y + \frac{dI}{dr}\Delta r, \\ \frac{dI}{dY} &= 0 \quad \Delta Y = 45, \\ \frac{dI}{dr} &= -a = -200 \quad \Delta r = 0,11 - 0,1 = 0,01, \\ \Delta I &= 0 \times 45 + (-200 \times 0,01) = -2.\end{aligned}$$

Come ci spettavamo, I si riduce di meno rispetto al caso precedente.

Esercizio 4)

Le equazioni del modello sono:

$$\begin{aligned} Y &= C + I + G, \\ G &= 20, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= c(Y - T) - br \dots c = 0,5, \quad b = 200, \\ C &= 0,5(Y - T) - 200r, \\ T &= tY \dots t = 0,2, \\ C &= 0,5(Y - 0,2Y) - 200r, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I &= I^\circ - ar \dots I^\circ = 10, \quad a = 300, \\ I &= 10 - 300r, \end{aligned}$$

$$\frac{M^d}{P} = kY \quad k = 0,8,$$

$$\begin{aligned} M^s &= BM + er - fr_{mf} \dots e = 10, \quad f = 20, \\ BM &= 150, \\ r_{mf} &= 0,1 \quad (\text{tasso di rif. marginale}), \\ M^s &= 150 + 10r - 20r_{mf}. \end{aligned}$$

a. Se la Banca Centrale aumenta il tasso di rifinanziamento marginale, le banche commerciali tenderanno ad aumentare il volume di riserve libere. Il tasso di rifinanziamento marginale è, infatti, il tasso prestabilito dalla Banca Centrale che viene applicato ad un prestito overnight (dal pomeriggio alla mattina) che la banca commerciale richiede alla Banca Centrale, in presenza di una momentanea necessità di liquidità. Similmente, il tasso di deposito marginale è il tasso prestabilito dalla Banca Centrale che viene applicato ad un deposito overnight (dal pomeriggio alla mattina) della banca commerciale presso la Banca Centrale, in presenza di un momentaneo eccesso di liquidità. Questi due tassi costituiscono il limite superiore (il tasso di rifinanziamento marginale) e quello inferiore (il tasso di deposito marginale) del cosiddetto corridoio interbancario, entro cui fluttua il tasso di interesse interbancario¹. Non stupisce, perciò, che, rappresentando il tasso di rifinanziamento marginale il costo dell'indebitamento delle banche commerciali presso la Banca Centrale, un suo aumento induca le

¹Se il tasso interbancario fosse al di sotto di quello di deposito, nessuna banca commerciale offrirebbe riserve nel mercato interbancario. Se il tasso interbancario fosse al di sopra del tasso di rifinanziamento, nessuna banca commerciale prenderebbe a prestito riserve nel mercato interbancario.

singole banche ad aumentare il volume di riserve libere detenute per non incorrere in un momentaneo difetto di liquidità ed essere costrette all'indebitamento presso la Banca Centrale. A sua volta, l'aumento delle riserve libere determina una riduzione dei depositi e, quindi, anche dell'offerta di moneta (definita, lo ricordiamo, come somma di circolante e depositi bancari), a parità di r . Per rappresentare l'equilibrio nel mercato monetario in un sistema cartesiano (M, r) , possiamo esplicitare sia la funzione di domanda di moneta che la funzione di offerta per r , trattando come variabili esogene Y , BM ed r_{mf} .

Per quel che riguarda l'offerta di moneta, l'equazione è:

$$\begin{aligned} 10r &= M^s - 150 + 20r_{mf}, \\ r &= \frac{M^s}{10} - 15 + 2r_{mf}, \\ r &= \frac{M^s}{10} - 14,8. \end{aligned}$$

Si tratta dell'equazione di una retta, avente inclinazione positiva pari a:

$$\frac{dr}{dM^s} = +\frac{1}{10}.$$

Per quel che riguarda la domanda di moneta, essendo essa indipendente dal tasso di interesse, può essere rappresentata nel medesimo piano cartesiano come una retta verticale in corrispondenza di:

$$M^d = 0,8PY.$$

Per la rappresentazione grafica, si veda la **Figura A** dell'appendice grafica 2 alla lezione. Un aumento del tasso di rifinanziamento marginale aumenta l'intercetta negativa della curva di offerta di moneta, lasciando invariata la sua pendenza. La retta dell'offerta di moneta si sposta, quindi, parallelamente alla data verso l'alto. Lo spostamento evidenzia che, per ogni livello di r , ora, l'offerta di moneta è inferiore, come ci aspettavamo. Nel nuovo equilibrio, E^2 , rispetto all'equilibrio di partenza E^1 , però, il tasso di interesse di mercato r è aumentato. Le banche commerciali, infatti, tendono a scaricare sui privati il maggior costo dell'indebitamento presso la Banca Centrale.

b. Per calcolare l'equilibrio macroeconomico generale con $P = 100$, ovvero i valori di Y ed r di equilibrio, dobbiamo mettere a sistema le equazioni della curva IS ed LM .

L'equazione della IS è:

$$\begin{aligned} Y &= C + I + G, \\ Y &= 0,5(Y - 0,2Y) - 200r + 10 - 300r + 20. \end{aligned}$$

Risolvendo per r , si ottiene:

$$r = 0,06 - 0,0012Y.$$

L'equazione della LM è:

$$\begin{aligned} M^d &= M^s, \\ 0,8 \times 100 \times Y &= 150 + 10r - 20r_{mf}, \\ 0,8 \times 100 \times Y &= 150 + 10r - 20 \times 0,1. \end{aligned}$$

Risolviendo per r , si ottiene:

$$r = -14,8 + 8Y.$$

A questo punto, mettendo a sistema le due equazioni trovate, si ottiene:

$$\begin{aligned} r &= 0,06 - 0,0012Y \dots IS, \\ r &= -14,8 + 8Y \quad LM, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0,06 - 0,0012Y &= -14,8 + 8Y, \\ Y^{eq} &= 1,8572, \\ r^{eq} &= 5,75\%. \end{aligned}$$

c. e d. Per rispondere ai punti c. e d. è possibile considerare il modello $IS-LM$ in forma parametrica o seguire il metodo numerico. Cominciamo dalla forma parametrica.

L'equazione della curva IS è:

$$\begin{aligned} Y &= C + I + G, \\ Y &= c(Y - tY) - br + I^\circ - ar + G. \end{aligned}$$

L'equazione della curva LM è:

$$\begin{aligned} M^d &= M^s, \\ PkY &= BM + er - fr_{mf}. \end{aligned}$$

Esplicitiamo la IS per Y :

$$\begin{aligned} Y &= cY - ctY - br + I^\circ - ar + G, \\ Y - cY + ctY &= -br + I^\circ - ar + G, \\ Y[1 - c(1 - t)] &= -br + I^\circ - ar + G, \\ Y &= \frac{1}{[1 - c(1 - t)]}(-br + I^\circ - ar + G), \\ Y &= \frac{1}{[1 - c(1 - t)]}(I^\circ + G) - \frac{1}{[1 - c(1 - t)]}r(a + b). \end{aligned}$$

Esplicitiamo la LM per r :

$$\begin{aligned}er &= -BM + PkY + fr_{mf}, \\r &= \frac{1}{e}(-BM + PkY + fr_{mf}).\end{aligned}$$

Sostituiamo l'espressione trovata per r dalla LM nella IS :

$$Y = \frac{1}{[1 - c(1 - t)]}(I^\circ + G) - \frac{1}{e} \frac{1}{[1 - c(1 - t)]}(-BM + PkY + fr_{mf})(a + b).$$

Isoliamo la variabile Y , portandola alla sinistra del simbolo di uguaglianza:

$$\begin{aligned}
Y &= \frac{1}{[1-c(1-t)]}(I^\circ + G) + \\
&\quad - \frac{1}{e} \frac{1}{[1-c(1-t)]} [-BM(a+b) + PkY(a+b) + fr_{mf}(a+b)] . \\
&\quad \text{-----} \\
Y &= \frac{1}{[1-c(1-t)]}(I^\circ + G) + \\
&\quad - \frac{1}{e} \frac{1}{[1-c(1-t)]} [-BM(a+b) + fr_{mf}(a+b)] + \\
&\quad - \frac{1}{e} \frac{1}{[1-c(1-t)]} PkY(a+b) . \\
&\quad \text{-----} \\
Y + \frac{1}{e} \frac{1}{[1-c(1-t)]} PkY(a+b) &= \frac{1}{[1-c(1-t)]}(I^\circ + G) + \\
&\quad - \frac{1}{e} \frac{1}{[1-c(1-t)]} [-BM(a+b) + fr_{mf}(a+b)] . \\
&\quad \text{-----} \\
Y \left\{ 1 + \frac{1}{e} \frac{1}{[1-c(1-t)]} Pk(a+b) \right\} &= \frac{1}{[1-c(1-t)]}(I^\circ + G) + \\
&\quad - \frac{1}{e} \frac{1}{[1-c(1-t)]} [-BM(a+b) + fr_{mf}(a+b)] . \\
&\quad \text{-----} \\
Y \left\{ \frac{e[1-c(1-t)] + Pk(a+b)}{e[1-c(1-t)]} \right\} &= \frac{1}{[1-c(1-t)]}(I^\circ + G) + \\
&\quad - \frac{1}{e} \frac{1}{[1-c(1-t)]} [-BM(a+b) + fr_{mf}(a+b)] . \\
&\quad \text{-----} \\
Y &= \frac{e[1-c(1-t)]}{e[1-c(1-t)] + Pk(a+b)} \times \frac{1}{[1-c(1-t)]}(I^\circ + G) + \\
&\quad - \frac{e[1-c(1-t)]}{e[1-c(1-t)] + Pk(a+b)} \times \\
&\quad \times \frac{1}{e[1-c(1-t)]} [-BM(a+b) + fr_{mf}(a+b)] . \\
&\quad \text{-----} \\
Y &= \frac{e}{e[1-c(1-t)] + Pk(a+b)}(I^\circ + G) + \\
&\quad - \frac{1}{e[1-c(1-t)] + Pk(a+b)} [-BM(a+b) + fr_{mf}(a+b)] .
\end{aligned}$$

A questo punto, sempre con $P = 100$, è possibile calcolare i moltiplicatori della politica fiscale, per una variazione di G , e della politica monetaria, per una variazione di BM .

$$\begin{aligned}\frac{dY}{dG} &= \frac{e}{e[1 - c(1 - t)] + Pk(a + b)} \dots \text{moltiplicatore della pol. fiscale,} \\ \frac{dY}{dG} &= \frac{10}{10[1 - 0,5(1 - 0,2)] + 100 \times 0,8(300 + 200)} = 0,00025,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{dY}{dBM} &= \frac{a + b}{e[1 - c(1 - t)] + Pk(a + b)} \dots \text{moltiplicatore della pol. monetaria,} \\ \frac{dY}{dBM} &= \frac{(300 + 200)}{10[1 - 0,5(1 - 0,2)] + 100 \times 0,8(300 + 200)} = 0,0125.\end{aligned}$$

Questo modo di procedere per il calcolo dei moltiplicatori, ovvero mantenere la forma parametrica fino alla fine, è molto utile perchè consente di individuare tutti i possibili moltiplicatori della politica fiscale e monetaria per l'esercizio specifico; ad esempio, nel nostro caso, è possibile calcolare immediatamente anche il moltiplicatore della politica fiscale per variazioni di I° , nonché il moltiplicatore della politica monetaria per variazioni di r_{mf} :

$$\begin{aligned}\frac{dY}{dI^\circ} &= \frac{e}{e[1 - c(1 - t)] + Pk(a + b)} \dots \text{moltiplicatore della pol. fiscale,} \\ \frac{dY}{r_{mf}} &= -\frac{f(a + b)}{e[1 - c(1 - t)] + Pk(a + b)} \dots \text{moltiplicatore della pol. monetaria.}\end{aligned}$$

D'altra parte, risolvere il modello informale parametrico aumenta la possibilità di commettere errori nei calcoli. Per evitare ciò, è possibile calcolare i moltiplicatori sostituendo nel modello a tutti i parametri il rispettivo valore e **lasciando incognite solo le variabili oggetto della politica economica** (qui la spesa pubblica e la base monetaria), come visto nell'esercizio 1. Procediamo anche in questo modo:

Scriviamo la IS esplicitandola per Y e lasciando in forma parametrica G :

$$\begin{aligned}Y &= C + I + G, \\ Y &= 0,5(Y - 0,2Y) - 200r + 10 - 300r + G, \\ 0,6Y &= 10 - 500r + G.\end{aligned}$$

Ora scriviamo la LM esplicitata per r , lasciando in forma parametrica BM :

$$\begin{aligned}0,8 \times 100 \times Y &= BM + 10r - 20r_{mf}, \\ 0,8 \times 100 \times Y &= BM + 10r - 20 \times 0,1, \\ r &= 8Y + 0,2 - 0,1BM.\end{aligned}$$

Quindi sostituiamo il valore di r ottenuto dalla LM nella IS e risolviamo per Y :

$$\begin{aligned} 0,6Y &= 10 - 500(8Y + 0,2 - 0,1BM) + G, \\ Y &= -0,022 + 0,0125BM + 0,00025G. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dY}{dBM} &= 0,0125 \dots \text{moltiplicatore della pol. monetaria,} \\ \frac{dY}{dG} &= 0,00025 \dots \text{moltiplicatore della pol. fiscale.} \end{aligned}$$

Esercizio 5)

a. Scriviamo le equazioni della IS e della LM .

L'equazione della IS è:

$$Y = k(A - 50r).$$

dove A è la componente autonoma della domanda aggregata.

Esplicitiamo tale equazione per r :

$$\begin{aligned} Y &= kA - k50r, \\ k50r &= kA - Y, \\ r &= \frac{A}{50} - \frac{1}{50k}Y. \end{aligned}$$

L'equazione della curva LM è, invece:

$$Y = 3\frac{M^S}{P} + 300r.$$

Esplicitiamo tale equazione per r :

$$\begin{aligned} 300r &= -3\frac{M^S}{P} + Y, \\ r &= -0,01\frac{M^S}{P} + \frac{1}{300}Y. \end{aligned}$$

In tal modo, possiamo rappresentare le due curve e l'equilibrio macroeconomico generale (che si ha nel punto E di incontro tra la LM e la IS), utilizzando un piano cartesiano in cui vi sia r in ordinata ed Y in ascissa. Per la rappresentazione grafica delle due curve, si veda la **Figura B** dell'appendice grafica alla lezione.

b. Se l'offerta di moneta si riduce, a parità di altre condizioni, muta l'intercetta negativa verticale della curva LM . La LM si sposta parallelamente alla data verso l'alto (l'inclinazione non cambia) e l'equilibrio passa dal punto

E^1 al punto E^2 della **Figura C** dell'appendice grafica alla lezione. Nel nuovo equilibrio, il reddito è diminuito ed il tasso di interesse è aumentato. Ciò accade perchè la riduzione dell'offerta di moneta, a parità di domanda, determina uno squilibrio nel mercato monetario. Per contrastare l'eccesso di domanda rispetto all'offerta, il tasso di interesse deve aumentare. A sua volta, l'aumento del tasso di interesse ha effetti reali attraverso la riduzione dell'investimento e, quindi, della domanda aggregata e della produzione. L'aggiustamento avviene attraverso uno **spostamento** della LM lungo la IS , da E^1 ad E^2 .

c. Se la spesa pubblica aumenta, a parità di altre condizioni, essendo G una componente di A (la spesa autonoma), si modifica l'intercetta positiva verticale della curva IS . La IS si sposta parallelamente alla data verso l'alto (l'inclinazione non cambia) e l'equilibrio passa dal punto E^1 al punto E^2 della **Figura D** dell'appendice grafica alla lezione. Nel nuovo equilibrio, il reddito è aumentato ed il tasso di interesse è aumentato. Ciò accade perchè, come visto, l'aumento della spesa pubblica comporta un aumento del reddito che è provocato dall'aumento della domanda aggregata (la spesa programmata) generato dalla crescita di G che di essa fa parte (come già osservato nella correzione dell'esercizio 1, per evitare un decumulo di scorte, o un eccesso di domanda in presenza di scorte nulle, le imprese sono costrette ad aumentare la produzione, o spesa effettiva, per ripristinare l'equilibrio nel mercato dei beni). L'aumento della produzione Y , a sua volta, genera effetti anche sul mercato monetario. La domanda di moneta, che dipende positivamente da Y , aumenta. Essendo data l'offerta di moneta, sul mercato monetario si genera un eccesso di domanda rispetto all'offerta. Il tasso di interesse deve, quindi, aumentare per provocare una riduzione della domanda di moneta (che dipende negativamente da r) e ripristinare l'equilibrio nel mercato monetario. L'aggiustamento avviene attraverso uno **spostamento** della IS lungo la LM , da E^1 ad E^2 . In questo grafico è ben evidente anche l'effetto di spiazzamento monetario. Se, infatti, l'aumento di G non provocasse effetti nel mercato monetario, il nuovo equilibrio sarebbe in E^3 , in cui Y_3 è maggiore non solo di Y_1 , ma anche di Y_2 . In tal caso G esplicherebbe un effetto pieno su Y . Ma, come abbiamo imparato, l'aumento di G determina un disequilibrio nel mercato monetario a causa del conseguente aumento di Y . In E^3 , infatti, è in equilibrio solo il mercato reale, mentre il mercato monetario presenta un eccesso di domanda. Il tasso di interesse deve aumentare fino al livello r_2 affinché, in E^2 , sia in equilibrio non solo il mercato reale, ma anche quello monetario. La differenza fra Y_3 ed Y_2 rappresenta proprio l'**effetto di spiazzamento**.

d.

-Osserviamo che tutti i punti sopra la IS sono punti di eccesso di offerta aggregata rispetto alla domanda (la spesa effettiva è superiore alla spesa programmata). Infatti, in tali punti rispetto ai punti sulla IS , a parità di reddito, il tasso di interesse è superiore. Questo implica un volume inferiore di investimenti e, quindi, della domanda aggregata, o spesa programmata, rispetto ad Y . Similmente, tutti i punti sotto la IS sono punti di eccesso di domanda aggregata rispetto alla offerta (la spesa effettiva è inferiore alla spesa programmata). Infatti, in tali punti rispetto ai punti sulla IS , a parità di reddito, il tasso di in-

teresse è inferiore. Questo implica un volume maggiore di investimenti e, quindi, della domanda aggregata, o spesa programmata, rispetto ad Y .

-Osserviamo anche che, tutti i punti sopra la LM sono punti di eccesso di offerta di moneta rispetto alla domanda. Infatti, in tali punti, rispetto a quelli sulla LM , a parità di reddito, il tasso di interesse è più alto. Questo implica una minore domanda di moneta, ovvero, a parità di offerta, un eccesso di domanda rispetto all'offerta. Similmente, tutti i punti sotto la LM sono punti di eccesso di domanda di moneta rispetto alla offerta. Infatti, in tali punti, rispetto a quelli sulla LM , a parità di reddito, il tasso di interesse è più basso. Questo implica una maggiore domanda di moneta, ovvero, a parità di offerta, un eccesso di domanda rispetto alla offerta.

Ciò consente di dire che, in riferimento alla **Figura E** dell'appendice grafica alla lezione:

Nel quadrante A si ha: eccesso di offerta nel mercato dei beni ed eccesso di offerta nel mercato della moneta.

Nel quadrante B si ha: eccesso di offerta nel mercato dei beni ed eccesso di domanda nel mercato della moneta.

Nel quadrante C si ha: eccesso di domanda nel mercato dei beni ed eccesso di domanda nel mercato della moneta.

Nel quadrante D si ha: eccesso di domanda nel mercato dei beni ed eccesso di offerta nel mercato della moneta.

e. Per calcolare i valori di equilibrio macroeconomico generale di Y ed r , come sempre, basta mettere a sistema le equazioni della IS e della LM , tenendo conto del valore dei parametri forniti dal testo dell'esercizio:

$$\begin{aligned} IS &: r = \frac{A}{50} - \frac{1}{50k}Y, \\ LM &: r = -0,01 \frac{M^S}{P} + \frac{1}{300}Y. \end{aligned}$$

Da cui:

$$\begin{aligned} \frac{1200}{50} - \frac{1}{50 \times 4}Y &= -0,01 \frac{600}{1} + \frac{1}{300}Y, \\ Y^{eq} &= 3600, \\ r^{eq} &= 6. \end{aligned}$$

f. Per $P = 0,8$ e $P = 1,5$, i nuovi valori di equilibrio macroeconomico generale di Y ed r sono, rispettivamente:

$$P = 0,8,$$

$$\begin{aligned}\frac{1200}{50} - \frac{1}{50 \times 4} Y &= -0,01 \frac{600}{0,8} + \frac{1}{300} Y, \\ Y^{eq} &= 3780, \\ r^{eq} &= 5,1.\end{aligned}$$

$$P = 1,5,$$

$$\begin{aligned}\frac{1200}{50} - \frac{1}{50 \times 4} Y &= -0,01 \frac{600}{1,5} + \frac{1}{300} Y, \\ Y^{eq} &= 3370, \\ r^{eq} &= 7,2.\end{aligned}$$

Osserviamo, perciò, che *a redditi più alti si associano prezzi inferiori*:

$$\begin{aligned}P &= 0,8 & Y &= 3780, \\ P &= 1 & Y &= 3600, \\ P &= 1,5 & Y &= 3370.\end{aligned}$$

Esiste, quindi, una relazione inversa fra reddito e livello generale dei prezzi dell'economia. Questo, in un sistema cartesiano (Y, P) , ci consente di disegnare **la curva di domanda aggregata** come una curva inclinata negativamente. Per trovare l'equazione di tale curva, partiamo dalle equazioni della *IS* e della *LM*, scritte come segue:

$$\begin{aligned}IS &: Y = kA - k50r, \\ LM &: r = -0,01 \frac{M^S}{P} + \frac{1}{300} Y.\end{aligned}$$

Sostituiamo nella *IS* l'espressione per r che deriva dalla *LM*:

$$Y = kA - k50 \times (-0,01 \frac{M^S}{P} + \frac{1}{300} Y).$$

Teniamo conto del valore dei parametri, e lasciando il livello generale dei prezzi P in forma parametrica:

$$\begin{aligned}Y &= 4 \times 1200 - 4 \times 50 \times (-0,01 \frac{600}{P} + \frac{1}{300} Y), \\ Y &= 4800 + 1200/P - 0,6\bar{Y}, \\ Y(1 + 0,6\bar{Y}) &= 4800 + 1200/P, \\ Y &= 2880 + 720/P = AD \text{ (Domanda Aggregata)}.\end{aligned}$$

Si ottiene una equazione in cui Y è funzione inversa di P . Tale equazione è l'equazione della **Domanda Aggregata**. Per la rappresentazione grafica della curva di Domanda Aggregata si veda la **Figura F** dell'appendice grafica alla lezione.

g. Inserendo nella rappresentazione grafica la curva di **Offerta Aggregata** AS come una curva inclinata positivamente (si veda la **Figura G** dell'appendice grafica alla lezione), nel punto di incontro fra le due curve, curva AD e curva AS_1 , ovvero il punto E^1 , si ha l'equilibrio macroeconomico generale. Il petrolio può essere considerato come un fattore produttivo. Un aumento del prezzo del petrolio corrisponde, perciò, ad un aumento dei costi di produzione. L'aumento dei costi induce le imprese ad aumentare i prezzi di vendita. La AS si sposta, quindi, parallelamente alla data verso l'alto nella posizione AS_2 e nel nuovo equilibrio, E^2 , non solo i prezzi sono aumentati, ma Y si è ridotto. L'aumento dei prezzi, infatti, induce gli individui a ridurre la domanda di beni e ciò spinge le imprese a contrarre la produzione.

h. Qualora la curva di Domanda Aggregata fosse stata più piatta, lo shock petrolifero avrebbe provocato una maggiore riduzione del reddito. Una AD più piatta significa, infatti, che la domanda è maggiormente reattiva a variazioni del prezzo, quindi, a parità di variazione dei prezzi, più è piatta la AD maggiore è la variazione della domanda, ovvero tanto più grande è l'effetto sul reddito di equilibrio. Si veda la **Figura H** dell'appendice grafica alla lezione.

i. Se le autorità non possono agire sulla AS , l'unico modo per mantenere l'occupazione al livello pre-shock è quello di attuare politiche in sostegno della produzione aggregata. Per raggiungere obiettivi di reddito è possibile agire sulle componenti della Domanda Aggregata. Ad esempio, aumentando la spesa pubblica, oppure l'offerta di moneta, è possibile far traslare la curva AD verso l'alto, dalla posizione AD_1 alla posizione AD_2 , ottenendo un più alto livello del reddito di equilibrio. Una simile manovra ha, però, dei costi in termini di maggiore inflazione. Si veda la **Figura I** dell'appendice grafica alla lezione.

Esercizio 6)

Si consideri una economia caratterizzata dalle seguenti equazioni:

$$\begin{aligned} Y &= C + I + G, \\ G &= 1000, \\ T &= 400, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= C_0 + c(Y - T) \dots \dots c = 0,5, \quad C_0 = 300, \\ C &= 300 + 0,5(Y - 400), \end{aligned}$$

$$I = I_0 - ar \dots I_0 = 400, \quad a = 1000, \dots r = 0, 20,$$

$$I = 400 - 1000 \times 0, 20 = 200.$$

a. Calcolate il livello di equilibrio della produzione e rappresentate graficamente il risultato trovato.

In equilibrio la spesa programmata E deve uguagliare la spesa effettiva Y :

$$E = Y = C + I + G,$$

$$Y = 300 + 0,5(Y - 400) + 400 - 1000 \times 0,20 + 1000,$$

$$Y = 300 + 0,5Y - 200 + 200 + 1000,$$

$$0,5Y = 1300,$$

$$Y = 2600.$$

Per rappresentare graficamente il risultato ottenuto (**Fig. L** dell'appendice grafica alla lezione) si deve tenere conto che la produzione, o spesa effettiva Y , è misurata sull'asse delle ascisse e la domanda, o spesa programmata E , sull'asse delle ordinate. Notate che, per procedere alla rappresentazione è necessario fissare r ad un certo livello. Infatti, per valori diversi del tasso di interesse si hanno diverse rette che rappresentano E . Nel nostro esercizio $r = 0,20$. Per un dato valore del tasso di interesse, la domanda è una funzione crescente di Y (ovvero tratteremo una retta inclinata positivamente); ciò accade perchè:

Un aumento della produzione Y fa aumentare il reddito dello stesso ammontare (ricordate sempre l'equivalenza fra il concetto di produzione, o PIL , e di reddito dell'economia) e, quindi, anche il reddito disponibile, che dal reddito totale dipende. L'aumento di quest'ultimo fa aumentare il consumo (questa altro non è che la relazione fra Y e C) in base alla propensione marginale al consumo. L'aumento di C , a sua volta, comporta l'aumento della spesa programmata, ovvero della domanda.

La relazione positiva fra la spesa programmata ed Y è rappresentata dalla inclinazione positiva della curva E . La E viene disegnata volutamente più piatta della retta a 45° uscente dall'origine. Questo vuol dire che si assume che, un aumento della produzione conduca ad un incremento meno che proporzionale della domanda. In questo specifico esercizio, in cui l'investimento non dipende dal reddito, questa restrizione deriva dall'ipotesi che i consumatori spendono solo una parte dell'incremento del reddito in consumo. Ma, in effetti, anche qualora l'investimento fisso dovesse dipendere positivamente dal reddito potremmo disegnare la E come una retta meno inclinata di una retta a 45° . Se I risponde a variazioni di Y , quando aumenta la produzione, potrebbe accadere che la somma degli incrementi del consumo e dell'investimento possa eccedere l'aumento iniziale di Y . Questa è, però, solo una possibilità teorica, perché l'osservazione della realtà suggerisce che questo non accade. Per tale motivo, disegniamo la Z

meno inclinata della retta a 45° uscente dall'origine anche quando l'investimento fisso dipende da Y .

L'equilibrio nel mercato dei beni viene raggiunto nel punto di incontro tra la curva E e la retta uscente dall'origine avente inclinazione a 45° (si ricordi che lungo una retta inclinata di 45° l'ascissa è uguale all'ordinata).

b. Supponete che vi sia un miglioramento della fiducia dei consumatori che porta ad un aumento del consumo autonomo:

$$\Delta C_0 = 100.$$

Trovate il nuovo valore di Y di equilibrio e rappresentate graficamente il risultato trovato (Fig. L); calcolate il moltiplicatore della croce keynesiana.

Per trovare il nuovo valore di equilibrio di Y possiamo sostituire nelle equazioni iniziali a C_0 il valore di 400 all'iniziale valore di 300:

$$\begin{aligned} Y &= 400 + 0,5(Y - 400) + 400 - 1000 \times 0,20 + 1000, \\ Y &= 2800. \end{aligned}$$

A fronte di un aumento di E di 100 si ha, perciò, un aumento della produzione di 200. In pratica, ogni euro in più di C_0 genera un aumento della produzione di 2 euro. Questo ci porta a dire intuitivamente che il moltiplicatore è pari a 2. In pratica, quando C_0 aumenta di 100 la E aumenta di 100 e le imprese reagiscono aumentando Y di 100. L'aumento di Y , a sua volta, induce un aumento del consumo di $c \times 100 = 0,5 \times 100 = 50$. Questo aumento del consumo fa aumentare ulteriormente E di 50 e, di nuovo, le imprese reagiscono aumentando Y di 50. Anche questo nuovo incremento di Y provoca un aumento di C in base a c e così via. Ecco perchè l'iniziale aumento di E fa aumentare in modo più che proporzionale Y .

Per trovare l'espressione analitica del moltiplicatore scriviamo il modello in forma parametrica:

$$\begin{aligned} Y &= C + I + G, \\ Y &= C_0 + c(Y - T) + I_0 - ar + G, \\ Y &= C_0 + cY - cT + I_0 - ar + G, \\ Y(1 - c) &= C_0 - cT + I_0 - ar + G, \\ Y &= \frac{1}{1 - c}(C_0 - cT + I_0 + G) - \frac{a}{1 - c}r. \end{aligned}$$

$$\frac{dY}{dC_0} = \frac{1}{1 - c} = \frac{1}{1 - 0,5} = 2, \dots \text{ moltiplicatore della croce keynesiana.}$$

$$\begin{aligned}\Delta Y &= \frac{dY}{dC_0} \Delta C_0, \\ \Delta Y &= 2 \times 100 = 200.\end{aligned}$$

c. Mostrate graficamente cosa accade all'equilibrio iniziale se il tasso di interesse aumenta. La relazione così trovata fra Y ed r ha un nome specifico. Quale?

Se il tasso di interesse aumenta la spesa per investimento si riduce, ovvero E diminuisce. La E si sposta parallelamente alla data verso il basso (l'inclinazione della curva rimane invariata e pari a c). Il nuovo equilibrio trovato è caratterizzato da un livello inferiore di Y ed un livello maggiore di r rispetto all'equilibrio originario. In tal modo, abbiamo individuato una relazione inversa fra il reddito ed il tasso di interesse. Tale relazione altro non è che la curva IS (**Fig. M**).

d. Derivate analiticamente l'equazione della curva IS e trovatene l'inclinazione. Spiegate perchè la curva ha inclinazione negativa.

Per trovare l'inclinazione della retta IS è necessario esplicitare l'equazione della retta in modo che r sia funzione di Y (ricordate che la rappresentazione della IS avviene nel piano (Y, r)).

Per rispondere a questo punto possiamo procedere in due modi equivalenti.

1) *Soluzione in forma parametrica:*

$$\begin{aligned}Y &= C + I + G, \\ Y &= C_0 + c(Y - T) + I_0 - ar + G, \\ Y &= C_0 + cY - cT + I_0 - ar + G, \\ ar &= (c - 1)Y + C_0 - cT + I_0 + G, \\ r &= \left(\frac{c - 1}{a}\right)Y + \frac{1}{a}(C_0 - cT + I_0 + G).\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{c - 1}{a} &= \frac{0,5 - 1}{1000} = -0,005 && \text{inclinazione,} \\ \frac{1}{a}(C_0 - cT + I_0 + G) &= \\ &= \frac{1}{1000}(300 - 0,5 \times 400 + 400 + 1000) = 1,5 && \text{intercetta verticale.}\end{aligned}$$

L'equazione della curva IS è quindi:

$$r = 1,5 - 0,005Y.$$

2) *Soluzione non parametrica:*

$$\begin{aligned}
Y &= C + I + G, \\
Y &= C_0 + c(Y - T) + I_0 - ar + G, \\
Y &= 300 + 0,5(Y - 400) + 400 - 1000r + 1000, \\
1000r &= 300 - 200 + 400 + 1000 + 0,5Y - Y, \\
1000r &= 1500 - 0,5Y, \\
r &= 1,5 - 0,005Y.
\end{aligned}$$

La curva IS ha una inclinazione negativa. Ovvero esiste una relazione negativa fra r ed Y . Ipotizziamo un aumento di r . L'aumento di r comporta una riduzione di I e, quindi, di E . La riduzione di E , a sua volta, provoca una riduzione della produzione, ovvero del reddito Y , e ciò conduce ad un'ulteriore riduzione della spesa programmata (la domanda), tramite la riduzione del consumo (e dell'investimento quando esso sia dipendente da Y). Questa relazione inversa fra r ed Y è proprio rappresentata dalla inclinazione negativa della IS .

Esercizio 7)

Si consideri una economia chiusa caratterizzata dalle seguenti equazioni:

$$\begin{aligned}
Y &= C + I + G, \\
G &= 300, \\
T &= 10,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C &= C_0 + c(Y - T) \dots \dots c = 0,5, \quad C_0 = 100, \\
C &= 100 + 0,5(Y - 10),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I &= I_0 - ar + bY \dots \dots I_0 = 100, \quad a = 3, \quad b = 0,2, \\
I &= 100 - 3r + 0,2Y,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{M^d}{P} &= kY - mr \quad k = 0,75, \quad m = 105, \\
\frac{M^d}{P} &= 0,75Y - 105r,
\end{aligned}$$

$$M^s = 750 \times P,$$

$$P = 1.$$

a. Trovate le equazioni della curva IS ed LM esplicitate per Y . Indicate quale è l'inclinazione della curva LM . Calcolate i valori di equilibrio macroeconomico generale del reddito e del tasso di interesse.

Equazione della curva IS :

$$\begin{aligned} Y &= C + I + G, \\ Y &= 100 + 0,5(Y - 10) + 100 - 3r + 0,2Y + 300, \\ Y - 0,5Y - 0,2Y &= 100 - 5 + 100 + 300 - 3r, \\ 0,3Y &= 495 - 3r, \\ Y &= 1650 - 10r. \end{aligned}$$

Equazione della curva LM :

$$\begin{aligned} \frac{M^d}{P} &= \frac{M^s}{P}, \\ 0,75Y - 105r &= 750, \\ Y &= 1000 + 140r. \end{aligned}$$

Per trovare l'inclinazione della LM basta esplicitare la funzione per r :

$$\begin{aligned} Y &= 1000 + 140r, \\ 140r &= -1000 + Y, \\ r &= -7,14 + 0,007Y, \\ \frac{dr}{dY} &= 0,007. \end{aligned}$$

Equilibrio macroeconomico generale:

$$\begin{aligned} 1650 - 10r &= 1000 + 140r, \\ r^{eq} &= 4,33. \end{aligned}$$

Sostituendo tale valore di r nella equazione della IS o della LM si ottiene:

$$Y^{eq} = 1606,66.$$

b. Il Governo attua una politica fiscale espansiva. La spesa pubblica aumenta di 190 (milioni di euro) e l'incremento di spesa è interamente finanziato dall'emissione di titoli del debito pubblico. Calcolate i nuovi valori del reddito e del tasso di interesse di equilibrio macroeconomico generale.

L'equazione della curva LM rimane invariata, mentre cambia l'equazione di equilibrio del mercato reale:

$$\begin{aligned} Y &= C + I + G, \\ Y &= 100 + 0,5(Y - 10) + 100 - 3r + 0,2Y + 490. \end{aligned}$$

Da cui l'equazione della curva IS diventa:

$$Y = 2283,33 - 10r.$$

I valori di Y ed r nel nuovo equilibrio generale si ottengono mettendo a sistema la **vecchia equazione** della LM e la **nuova equazione** della IS :

$$\begin{aligned} 2283,33 - 10r &= 1000 + 140r, \\ r^{eq} &= 8,56. \end{aligned}$$

Sostituendo tale valore di r nella **nuova** equazione della IS o nella **vecchia** equazione della LM si ottiene:

$$Y^{eq} = 2197,73.$$

Si noti che, a seguito della manovra fiscale espansiva, sia il reddito che il tasso di interesse sono aumentati. Il reddito cresce a causa dell'aumento di G . La crescita del reddito comporta uno squilibrio nel mercato monetario, generando un eccesso di domanda rispetto all'offerta che è rimasta invariata. Affinchè il mercato monetario rimanga in equilibrio (osservate che a seguito della manovra la IS si sposta in parallelo a destra **lungo** la LM) il tasso di interesse deve aumentare per provocare una contrazione della domanda di moneta.

Allo stesso risultato si poteva arrivare anche utilizzando l'uso dei **moltiplicatori del reddito**. Di seguito riportiamo questo secondo metodo.

Il moltiplicatore del reddito (o **moltiplicatore della politica fiscale**), così come il moltiplicatore della politica monetaria, possono essere trovati sia utilizzando le equazioni del modello in forma parametrica (metodo elegante, ma che rischia di farvi introdurre errori di calcolo) sia in forma algebrica (metodo più pratico e veloce). Vediamoli entrambi, cominciando dalla soluzione parametrica.

-Scriviamo l'equilibrio del mercato dei beni in forma parametrica:

$$\begin{aligned} Y &= C_0 + c(Y - T) + I_0 - ar + bY + G, \\ Y - cY - bY &= C_0 - cT + I_0 + G - ar, \\ Y(1 - c - b) &= C_0 - cT + I_0 + G - ar, \\ Y &= \frac{1}{1 - c - b}(C_0 - cT + I_0 + G) - \frac{a}{1 - c - b}r. \end{aligned}$$

Sostituiamo ad r il valore ottenuto dalla LM , scritta in forma parametrica, nell'ultima equazione trovata:

$$\begin{aligned} M^s &= kY - mr, \\ r &= -\frac{1}{m}M^s + \frac{k}{m}Y. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y &= \frac{1}{1-c-b}(C_0 - cT + I_0 + G) - \frac{a}{1-c-b}\left(-\frac{1}{m}M^s + \frac{k}{m}Y\right), \\ Y &= \frac{1}{1-c-b}(C_0 - cT + I_0 + G) - \frac{a}{1-c-b}\frac{k}{m}Y + \frac{a}{1-c-b}\frac{1}{m}M^s, \\ Y + \frac{a}{1-c-b}\frac{k}{m}Y &= \frac{1}{1-c-b}(C_0 - cT + I_0 + G) + \frac{a}{1-c-b}\frac{1}{m}M^s, \\ Y \left[1 + \frac{ak}{(1-c-b)m}\right] &= \frac{1}{1-c-b}(C_0 - cT + I_0 + G) + \frac{a}{1-c-b}\frac{1}{m}M^s, \\ Y \left[\frac{m(1-c-b) + ak}{m(1-c-b)}\right] &= \frac{1}{1-c-b}(C_0 - cT + I_0 + G) + \frac{a}{1-c-b}\frac{1}{m}M^s, \\ Y &= \frac{m}{m(1-c-b) + ak}(C_0 - cT + I_0 + G) + \frac{a}{m(1-c-b) + ak}M^s. \end{aligned}$$

Questa ultima equazione fornisce il reddito di equilibrio generale.

$$\begin{aligned} \frac{dY}{dG} &= \frac{m}{m(1-c-b) + ak} = 3,11 \dots \dots \dots \text{Molt. Politica Fiscale,} \\ \Delta Y &= 3,11 \times 190 = 591,11. \end{aligned}$$

-Scriviamo l'equilibrio del mercato dei beni in forma numerica:

Equazione *IS* esplicitata per *Y*:

$$Y = 100 + 0,5(Y - 10) + 100 - 3r + 0,2Y + G.$$

L'equazione viene scritta lasciando solo *G*, che è la variabile che cambia, in forma parametrica.

Risolvendo per *Y* (ovvero isolando *Y* a sinistra del simbolo di uguaglianza), con pochi passaggi algebrici si ottiene:

$$0,3Y = 195 - 3r + G.$$

Equazione *LM* esplicitata per *r*:

$$r = -7,14 + 0,007Y.$$

Inseriamo il tasso di interesse che deriva dalla *LM* nella *IS* e risolviamo per *Y*:

$$\begin{aligned} 0,3Y &= 195 - 3(-7,14 + 0,007Y) + G, \\ Y &= 540,7 + 3,11G. \end{aligned}$$

Questa è l'espressione del reddito di equilibrio macroeconomico generale, per cui per trovare il moltiplicatore della politica fiscale rispetto a variazioni di G basta fare:

$$\frac{dY}{dG} = 3,11.$$

Notate che il moltiplicatore del reddito, o moltiplicatore della politica fiscale, è cosa diversa dal moltiplicatore della croce keynesiana. Quest'ultimo fornisce la variazione di Y dovuta ad una variazione di una delle componenti autonome della domanda **considerando esclusivamente il mercato dei beni**. Esso infatti è:

$$Y = \frac{1}{1-c-b}(C_0 - cT + I_0 + G) - \frac{a}{1-c-b}r,$$

$$\frac{dY}{dG} = \frac{1}{1-c-b} = \frac{1}{1-0,5-0,2} = 3,33..... \text{ Molt. croce keynesiana.}$$

Notate che:

$$3,33 > 3,11.$$

Ovvero, il moltiplicatore della croce keynesiana è maggiore del moltiplicatore della politica fiscale.

Perché?

L'aumento della spesa pubblica, finanziato attraverso l'emissione di titoli, comporta un aumento sia del reddito di equilibrio che del tasso di interesse. L'aumento del reddito è provocato dall'aumento della domanda aggregata generato dalla crescita di G che di essa fa parte. Per evitare un decumulo di scorte, o un eccesso di domanda in presenza di scorte nulle, le imprese sono costrette ad aumentare la produzione per ripristinare l'equilibrio nel mercato dei beni. L'aumento della produzione Y , a sua volta, come detto, genera effetti anche sul mercato monetario. La domanda di moneta, che dipende positivamente da Y , aumenta. Essendo data l'offerta di moneta, sul mercato monetario si genera un eccesso di domanda rispetto all'offerta. Il tasso di interesse deve, quindi, aumentare per provocare una riduzione della domanda di moneta e ripristinare l'equilibrio nel mercato monetario. Sull'investimento fisso, perciò, quando questo dipende sia da Y che da r , si hanno due effetti contrapposti: da una parte l'aumento di Y provoca l'aumento di I , dall'altra l'aumento del tasso di interesse comporta la riduzione dell'investimento fisso. L'effetto finale è, quindi, ambiguo e non determinabile a priori. L'effetto di contrazione degli investimenti derivante dall'aumento del tasso di interesse prende il nome di **effetto di retroazione monetaria** (l'aumento di r necessario per mantenere in equilibrio il mercato monetario retroagisce nel mercato reale, **spiazzando**, appunto, l'investimento). A causa dell'effetto di retroazione monetaria l'aumento

della spesa pubblica non ha un effetto pieno sull'aumento di reddito, come invece accade se si considera il solo mercato dei beni. Parte dell'aumento di G è spiazzato dalla riduzione dell'investimento fisso provocata dall'aumento di r . Per tale ragione il moltiplicatore della croce keynesiana è maggiore del moltiplicatore della politica fiscale.

c. Ipotizziamo ora che il governo attui sempre una manovra fiscale espansiva incrementando G di 190 milioni, ma che questa volta solo 90 milioni siano finanziati attraverso l'emissione di debito pubblico. I 100 milioni rimanenti sono finanziati attraverso l'emissione di moneta. Trovare il nuovo valore del reddito di equilibrio utilizzando i moltiplicatori del reddito e della moneta. Spiegare il risultato trovato confrontandolo con quello del punto b.

-Se utilizziamo il metodo parametrico, l'equazione del reddito di equilibrio trovata al punto **b**. può essere utilizzata per risolvere anche questo punto.

$$Y = \frac{m}{m(1-c-b) + ak}(C_0 - cT + I_0 + G) + \frac{a}{m(1-c-b) + ak}M^s.$$

$$\begin{aligned}\frac{dY}{dG} &= \frac{m}{m(1-c-b) + ak} = 3,11 \dots \dots \text{Molt. Politica Fiscale,} \\ \frac{dY}{M^s} &= \frac{a}{m(1-c-b) + ak} = 0,084 \dots \dots \text{Molt. Politica Monetaria.}\end{aligned}$$

$$\Delta Y = 3,11 \times 190 + 0,084 \times 100 = 599,5.$$

Il nuovo reddito di equilibrio è, quindi:

$$Y^{eq} = 1606,66 + 599,5 \approx 2206.$$

Per trovare il nuovo tasso di interesse di equilibrio basta sostituire questo valore del reddito nella **nuova equazione** della IS in precedenza trovata (o nella **nuova equazione** della LM , per trovare la quale basta sostituire alla vecchia offerta di moneta pari a 750 la nuova offerta pari ad 850):

$$\begin{aligned}Y &= 2283,33 - 10r, \\ 2206 &= 2283,33 - 10r, \\ r^{eq} &= 7,6.\end{aligned}$$

-Se utilizziamo il metodo algebrico, procediamo come segue:
Equazione IS esplicitata per Y (rimane la stessa del punto **b**.):

$$0,3Y = 195 - 3r + G.$$

Equazione LM esplicitata per r mantenendo l'offerta di moneta (la variabile che cambia) in forma parametrica:

$$\begin{aligned}M^s &= 0,75Y - 105r, \\r &= 0,007Y - 0,009M^s.\end{aligned}$$

Inseriamo il tasso di interesse che deriva dalla LM nella IS e risolviamo per Y :

$$\begin{aligned}0,3Y &= 195 - 3(0,007Y - 0,009M^s) + G, \\Y &= 540,7 + 3,11G + 0,084M^s.\end{aligned}$$

I due moltiplicatori sono:

$$\begin{aligned}\frac{dY}{dG} &= 3,11, \\ \frac{dY}{dM^s} &= 0,084.\end{aligned}$$

Da cui, di nuovo, il nuovo reddito di equilibrio è:

$$\Delta Y = 3,11 \times 190 + 0,084 \times 100 = 599,5.$$

$$Y^{eq} = 1606,66 + 599,5 \approx 2206.$$

Notiamo che, in questo caso, rispetto al punto **b.**, di nuovo sia il reddito che il tasso di interesse aumentano. Ma l'aumento del reddito è maggiore e quello del tasso di interesse, invece, minore. Infatti, qui la politica fiscale è accompagnata da una politica monetaria espansiva che controbilancia l'iniziale eccesso di domanda di moneta generato dall'aumento di G e di Y . Il tasso di interesse deve, allora, crescere di meno per mantenere in equilibrio il mercato monetario e l'effetto di spiazzamento è ridotto.

Per completezza, risolviamo questo punto anche senza l'utilizzo dei moltiplicatori. Per farlo basta utilizzare la nuova equazione della IS (in cui G è aumentata di 190) e la nuova equazione della LM (in cui l'offerta di moneta è 850) e metterle a sistema:

IS :

$$Y = 2283,33 - 10r.$$

LM :

$$\begin{aligned}0,75Y - 105r &= 850, \\ Y &= 1133,33 + 140r.\end{aligned}$$

Equilibrio:

$$\begin{aligned} 2283,33 - 10r &= 1133,33 + 140r, \\ r^{eq} &= 7,6. \end{aligned}$$

Sostituendo nella **nuova IS** (o nella **nuova LM**) si ottiene Y :

$$Y^{eq} = 2283,33 - 10 \times 7,6 \approx 2206.$$

d. Supponete ora che, dopo la manovra fiscale, la Banca Centrale voglia fare in modo che l'effetto di spiazzamento monetario sia eliminato del tutto. Che tipo di politica deve porre in atto la BC e perchè? Rappresentate graficamente il risultato.

La Banca Centrale deve fare in modo che r ritorni al valore $r = 4,33$, antecedente alla espansione di G . Per raggiungere questo risultato, deve modificare l'offerta di moneta affinché valga il seguente sistema:

$$\begin{aligned} Y &= 2283,33 - 10 \times 4,33 & IS, \\ 0,75Y - 105 \times 4,33 &= M^s & LM. \end{aligned}$$

Dalla prima si ottiene:

$$Y^{eq} = 2240,03.$$

Sostituendo tale valore nella seconda:

$$0,75 \times 2240,03 - 105 \times 4,33 = M^s = 1680,02 - 454,65 = 1225,37.$$

L'offerta di moneta compatibile con una spesa pubblica pari a 490 e con un tasso di interesse pari a 4,33 è 1225,37. Quindi:

$$\Delta M^s = 1225,37 - 750 = 475,37.$$

La Banca Centrale deve attuare una politica monetaria espansiva e variare di 475,37 l'offerta di moneta. Ciò accade perchè l'aumento di G , provocando l'aumento di Y , genera un incremento della domanda di moneta, che deve essere bilanciato, a parità di offerta, da un aumento del tasso di interesse. Se l'obiettivo della BC è fare in modo che r rimanga invariato (non aumenti), l'unico modo per riequilibrare il mercato monetario è adeguare l'offerta di moneta alla nuova maggiore domanda provocata dalla manovra fiscale espansiva (si veda la **Fig. N** della appendice grafica alla lezione). Nel nuovo equilibrio così raggiunto (E_3), la manovra fiscale esplica appieno il suo effetto espansivo su Y ($Y_3 = 2240,03 > Y_2 = 2197,73$), non essendovi la variazione di r a contrastarlo.

e. Si riparta dalle condizioni iniziali, ovvero si consideri $G = 300$ ed $M^s = 750$. Si supponga che il Governo introduca un sistema di sussidi (TR) alle famiglie. Tali sussidi ammontano al 10% del PIL. Calcolate i

valori di Y ed r nel nuovo equilibrio generale e l'esborso per lo Stato. Rappresentate graficamente il nuovo equilibrio e confrontatelo con quello del punto **b.**

Per introdurre i sussidi alle famiglie è necessario modificare l'equazione dei consumi e, quindi, l'equazione della curva IS . La nuova equazione dei consumi è:

$$\begin{aligned} C &= 100 + 0,5(Y - 10 + TR), \\ TR &= sY \dots\dots s = 0,10, \\ TR &= 0,10Y, \\ C &= 100 + 0,5(Y - 10 + 0,10Y). \end{aligned}$$

Dove TR rappresenta, appunto, il trasferimento di denaro alle famiglie. Tale trasferimento aumenta il reddito disponibile dei consumatori e, quindi, le possibilità di consumo.

La nuova equazione della curva IS è:

$$\begin{aligned} Y &= 100 + 0,5(Y - 10 + 0,10Y) + 100 - 3r + 0,2Y + 300, \\ Y - 0,5Y - 0,2Y - 0,05Y &= 100 - 5 + 100 + 300 - 3r, \\ 0,25Y &= 495 - 3r, \\ Y &= 1980 - 12r. \end{aligned}$$

Mettendo a sistema tale equazione con l'equazione della LM iniziale, si ottiene il valore di equilibrio generale di r :

$$\begin{aligned} 1980 - 12r &= 1000 + 140r, \\ r^{eq} &= 6,45. \end{aligned}$$

E, quindi:

$$Y^{eq} = 1903.$$

L'esborso del Governo è pari a:

$$\text{Esborso} = 0,10 \times 1903 = 190,3.$$

Si noti che, l'effetto sul reddito e sul tasso di interesse di equilibrio della introduzione dei sussidi è qualitativamente equivalente a quello di una manovra fiscale espansiva. Anche in questo caso sia Y che r aumentano. Si noti anche che, l'esborso del Governo, in quest'ultimo punto dell'esercizio, è praticamente pari all'incremento di spesa pubblica del punto **b**., ovvero circa 190. L'effetto su Y è, però, minore nel caso della introduzione del trasferimento rispetto a quello di un aumento di G ($1903 < 2197,73$). In pratica, **una politica fiscale**

espansiva attuata attraverso l'introduzione di sussidi proporzionali ad Y è meno efficace di quella attuata attraverso un aumento di pari ammontare di G .

Poniamo $sY = TR$ e scriviamo la condizione di equilibrio nel mercato dei beni in presenza del sussidio:

$$\begin{aligned} Y &= C_0 + c(Y - T + TR) + I_0 - ar + bY + G, \\ Y &= C_0 + c(Y - T + TR) + I_0 - ar + bY + G, \\ Y - cY - bY &= C_0 - cT + cTR + I_0 + G - ar, \\ Y(1 - c - b) &= C_0 - cT + cTR + I_0 + G - ar, \\ Y &= \frac{1}{1 - c - b}(C_0 - cT + cTR + I_0 + G) - \frac{a}{1 - c - b}r. \end{aligned}$$

Allora, nel mercato dei beni, una variazione di G provoca una variazione di Y in base al moltiplicatore $\frac{1}{1-c-b}$, mentre l'introduzione di $TR = \Delta G$ fa variare Y in base al moltiplicatore $\frac{c}{1-c-b}$, ed essendo la propensione al consumo positiva, ma minore di uno si ha:

$$\frac{1}{1 - c - b} > \frac{c}{1 - c - b}.$$

Dunque, considerando il mercato dei beni, un aumento di G ha un impatto maggiore su Y , e, conseguentemente, considerando poi l'equilibrio macroeconomico generale, su r .

Per rappresentare graficamente i due diversi equilibri, esplicitiamo la IS , in entrambi i casi, per r :

i.

Scriviamo la condizione di equilibrio nel mercato dei beni quando non è presente il sussidio:

$$\begin{aligned} Y &= C_0 + c(Y - T) + I_0 - ar + bY + G, \\ Y - cY - bY &= C_0 - cT + I_0 + G - ar, \\ Y(1 - c - b) &= C_0 - cT + I_0 + G - ar, \\ Y &= \frac{1}{1 - c - b}(C_0 - cT + I_0 + G) - \frac{a}{1 - c - b}r. \end{aligned}$$

Riscriviamo l'ultima equazione esplicitata per r :

$$\begin{aligned} Y &= \frac{1}{1 - c - b}(C_0 - cT + I_0 + G) - \frac{a}{1 - c - b}r, \\ \frac{a}{1 - c - b}r &= \frac{1}{1 - c - b}(C_0 - cT + I_0 + G) - Y, \\ r &= \frac{1}{a}(C_0 - cT + I_0 + G) - \frac{1 - c - b}{a}Y, \\ \frac{dr}{dY} &= -\frac{1 - c - b}{a}. \end{aligned}$$

ii.

Scriviamo ora la condizione di equilibrio nel mercato dei beni quando è presente il sussidio:

$$\begin{aligned} Y &= C_0 + c(Y - T + sY) + I_0 - ar + bY + G, \\ Y - cY - csY - bY &= C_0 - cT + I_0 + G - ar, \\ Y(1 - c - cs - b) &= C_0 - cT + I_0 + G - ar, \\ Y &= \frac{1}{1 - c - cs - b}(C_0 - cT + I_0 + G) - \frac{a}{1 - c - cs - b}r. \end{aligned}$$

Riscriviamo l'ultima equazione esplicitata per r :

$$\begin{aligned} Y &= \frac{1}{1 - c - cs - b}(C_0 - cT + I_0 + G) - \frac{a}{1 - c - cs - b}r \\ \frac{a}{1 - c - cs - b}r &= \frac{1}{1 - c - cs - b}(C_0 - cT + I_0 + G) - Y \\ r &= \frac{1}{a}(C_0 - cT + I_0 + G) - \frac{1 - c - cs - b}{a}Y \\ \frac{dr}{dY} &= -\frac{1 - c - cs - b}{a} \end{aligned}$$

Si noti che, in valore assoluto:

$$\frac{1 - c - cs - b}{a} < \frac{1 - c - b}{a}.$$

La IS in cui sono stati introdotti i sussidi proporzionali al reddito ha inclinazione minore di quella iniziale (del punto **b.**). La variazione di G , nel caso **b.**, comporta uno spostamento in parallelo della IS verso destra, perchè G entra nella intercetta della curva. L'introduzione del sussidio proporzionale al reddito non modifica l'intercetta, ma solo l'inclinazione della curva che si riduce (si veda la **Fig. O** della appendice grafica alla lezione).

Esercizio 8)

Una economia chiusa è caratterizzata dalle seguenti equazioni:

$$\begin{aligned} Y &= C + I + G, \\ G &= 100, \\ T &= T_0 + tY - TR, \\ TR &= 100, \\ T_0 &= 100, \\ t &= 0,2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C &= C_0 + c(Y - T) \dots c = 0,5, \quad C_0 = 600, \\
C &= 600 + 0,5(Y - T_0 - tY + TR) = 600 + 0,5(Y - 100 - 0,2Y + 100),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I &= I_0 - ar \dots I_0 = 500, \quad a = 100, \\
I &= 500 - 100r
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{M^d}{P} &= kY - mr \quad k = 0,5, \quad m = 200 \\
\frac{M^d}{P} &= 0,5Y - 200r,
\end{aligned}$$

$$M^s = 1000 \times P,$$

$$P = 1.$$

a. Trovate le equazioni delle curve IS ed LM ed i valori di equilibrio di reddito e tasso di interesse.

La condizione di equilibrio nel mercato dei beni richiede che:

$$Y = 600 + 0,5(Y - 100 - 0,2Y + 100) + 500 - 100r + 100.$$

Risolvendo per r (o per Y) si ottiene l'equazione della curva IS :

$$r = 12 - 0,006Y.$$

La condizione di equilibrio sul mercato della moneta richiede che:

$$\begin{aligned}
\frac{M^d}{P} &= \frac{M^s}{P}, \\
0,5Y - 200r &= 1000.
\end{aligned}$$

Risolvendo per r (o per Y) si ottiene l'equazione della curva LM :

$$r = -5 + 0,0025Y.$$

Mettendo a sistema le equazioni delle due curve, si trova il valore di equilibrio macroeconomico generale di Y :

$$\begin{aligned}
12 - 0,006Y &= -5 + 0,0025Y, \\
Y^{eq} &= 2000.
\end{aligned}$$

Da cui:

$$r^{eq} = 0.$$

b. Si ipotizzi ora che, le autorità vogliano aumentare di 100 la spesa pubblica G , facendo in modo che il reddito rimanga al livello iniziale. Perchè tale manovra possa dare il risultato voluto, deve intervenire anche la Banca Centrale attraverso una modifica dell'offerta nominale di moneta.

Se $\Delta G = 100$, la nuova equazione della IS è:

$$\begin{aligned} Y &= 600 + 0,5(Y - 100 - 0,2Y + 100) + 500 - 100r + 200, \\ r &= 13 - 0,006Y. \end{aligned}$$

Quindi, i nuovi valori di equilibrio generale di Y ed r sono:

$$\begin{aligned} 13 - 0,006Y &= -5 + 0,0025Y, \\ Y^{eq} &= 2118. \end{aligned}$$

Da cui:

$$r^{eq} = 0,29.$$

Affinchè il reddito possa tornare al livello di partenza ($Y = 2000$), le autorità monetarie devono ridurre l'offerta di moneta. Per capire di quanto l'offerta di moneta debba variare, inseriamo $Y = 2000$ nella nuova equazione della IS :

$$r^{eq} = 13 - 0,006Y = 13 - 0,006 \times 2000 = 1.$$

Riprendiamo ora la condizione di equilibrio del mercato monetario, ponendo $Y = Y^{eq} = 2000$ ed $r = r^{eq} = 1$:

$$0,5Y - 200r = M^s = 0,5 \times 2000 - 200 \times 1 = 800.$$

L'offerta di moneta deve ridursi di 200. La nuova equazione della LM è:

$$\begin{aligned} 0,5Y - 200r &= 800, \\ r &= -4 + 0,0025Y. \end{aligned}$$

Mettendo a sistema la nuova IS e la nuova LM otteniamo ovviamente $Y^{eq} = 2000$ ed $r^{eq} = 1$.

Esercizio 9)

Si confrontino graficamente il moltiplicatore della politica fiscale e quello della croce keynesiana da una parte, ed il moltiplicatore della politica monetaria e quello della moneta dall'altra.

Si veda l'appendice grafica per l'analisi.