

Esercizio di approfondimento sul debito pubblico (soluzioni)

Dott.ssa G. Nunziante
giulia.nunziante@uniroma2.it

Esercizio 1

a.

$$\text{Disavanzo}_t = \Delta B_t = B_t - B_{t-1} = rB_{t-1} + G_t - T_t$$

Dove B_{t-1} : debito pubblico alla fine dell'anno $t-1$; r : tasso di interesse reale, rB_{t-1} : spesa effettiva per interessi sui titoli di debito pubblico in circolazione; G_t : spesa pubblica in beni e servizi nell'anno t , T_t : imposte nell'anno t ; $G_t - T_t$, disavanzo primario nell'anno t

b.

$$B_t = B_{t-1} + rB_{t-1} + G_t - T_t = (1 + r)B_{t-1} + G_t - T_t$$

In termini relativi rispetto al PIL:

$$\frac{B_t}{Y_t} = (1 + r) \frac{B_{t-1}}{Y_t} + \frac{G_t - T_t}{Y_t} = (1 + r) \frac{B_{t-1}}{Y_{t-1}} \frac{Y_{t-1}}{Y_t} + \frac{G_t - T_t}{Y_t}$$

Definiamo g , tasso di crescita del PIL per cui

$$g = \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}} = \frac{Y_t}{Y_{t-1}} - 1$$

Che diventa

$$1 + g = \frac{Y_t}{Y_{t-1}}$$

Pertanto il rapporto debito/PIL è:

$$\frac{B_t}{Y_t} = \frac{1 + r}{1 + g} \frac{B_{t-1}}{Y_{t-1}} + \frac{G_t - T_t}{Y_t}$$

Dato che

$$\frac{1 + r}{1 + g} \approx 1 + r - g$$

Il rapporto debito/PIL è dato da:

$$\frac{B_t}{Y_t} = (1 + r - g) \frac{B_{t-1}}{Y_{t-1}} + \frac{G_t - T_t}{Y_t}$$

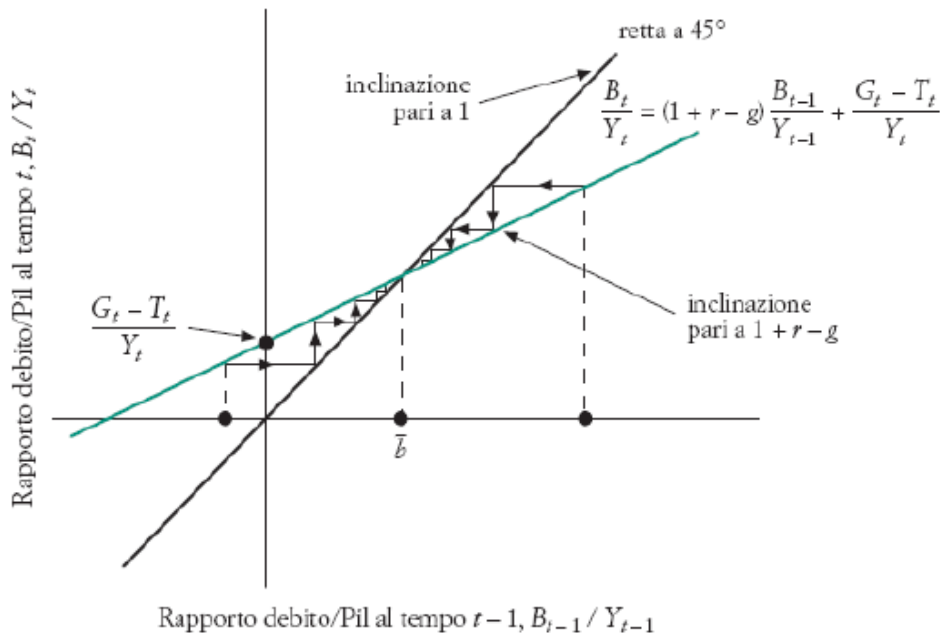
Nello stato stazionario

$$\frac{B_t}{Y_t} = \frac{B_{t-1}}{Y_{t-1}} = \frac{1}{g - r} \frac{G_t - T_t}{Y_t}$$

b. Applicando i dati dell'esercizio

$$\frac{B_t}{Y_t} = \frac{B_{t-1}}{Y_{t-1}} = \frac{1}{0.05 - 0.02} * 0.03 = 1$$

Poiché $g > r$ e il disavanzo primario è positivo, il rapporto debito/PIL converge al valore di equilibrio di disavanzi primari e lo Stato è debitore.



Esercizio 2

a. Il coefficiente angolare della retta debito/PIL è minore della bisettrice, quindi

$$1 + r - g < 1 \text{ per cui } r < g$$

Poichè l'intercetta della retta debito/PIL rappresenta il rapporto disavanzo primario/PIL ed negativa allora l'economia ha generato un avanzo primario.

L'economia è stabile in b^* , poichè $g > r$.

b.

$$\frac{B_t}{Y_t} = (1 + r - g) \frac{B_{t-1}}{Y_{t-1}} + \frac{G_t - T_t}{Y_t} = (1 + 0.05 - 0.1) \frac{110}{100} + \frac{10 - 21}{100(1 + 0.1)} = 0.945$$

Esercizio 3

$$a. B_t = (1 + r)B_{t-1} + G_t - T_t = (1 + 0.05) * 0 + 400 - 200 = 200$$

$$b. B_{t+1} = (1 + r)B_t + G_{t+1} - T_{t+1} = 0$$

Per cui

$$T_{t+1} - G_{t+1} = (1 + r)B_t = (1 + 0.05) * 200 = 210$$

$$\text{Se } G_{t+1} = 400 \text{ allora } T_{t+1} = 610$$

Esercizio 4

Visto che la riduzione delle imposte è temporanea, allora l'andamento del debito è dato da:

$$B_t = (1 + r)B_{t-1} + G_t - T_t = (1 + 0.05) * 0 + 400 - 200 = 200$$

$$B_{t+1} = (1 + r)B_t + (G_{t+1} - T_{t+1})$$

$$\text{Poiché } G_{t+1} - T_{t+1} = 0$$

$$B_{t+1} = (1 + r)B_t = (1 + 0.05) * 200 = 210$$

$$B_{t+2} = (1 + r)B_{t+1} + (G_{t+2} - T_{t+2}) = (1 + r)^2 B_t + (G_{t+2} - T_{t+2})$$

$$\text{Poiché } G_{t+2} - T_{t+2} = 0$$

$$B_{t+2} = (1 + r)^2 B_t = (1 + 0.05)^2 * 200 = 220.5$$

$$B_{t+3} = (1 + r)B_{t+2} + (G_{t+3} - T_{t+3}) = (1 + r)^3 B_t + (G_{t+3} - T_{t+3}) = 0$$

Per cui

$$T_{t+3} - G_{t+3} = (1 + r)^3 B_t = (1 + 0.05)^3 * 200 = 231.525$$

Se $G_{t+3} = 400$ allora $T_{t+3} = 631.525$

Anno	Debito pubblico (B)	Spesa pubblica (G)	Imposte (T)	Tasso d'interesse (r)
t-1	0	400	400	0.05
t	200	400	200	0.05
t+1	210	400	400	0.05
t+2	220.5	400	400	0.05
t+3	0	400	631.525	0.05