

Matematica Generale

Esercitazione 2

14/10/2024

Docente: Annalisa Fabretti.

Esercitatore: Simone La Cesa.

Economia e Management

Esercizio 1. *Dati gli intervalli in \mathbb{R} $A = [-1; 5]$, $B = (-1; 8)$ e $C = (5; +\infty)$ determina:*

(a) $A \cup B$, $A \cup C$, $B \cup C$, $A \cup B \cup C$

(b) $A \cap B$, $A \cap C$, $B \cap C$, $A \cap B \cap C$

(c) A^C , B^C , C^C , $(A \cup B)^C$

Esercizio 2. *Dei seguenti sottoinsiemi di \mathbb{R} , determina l'estremo superiore-inferiore specificando se si tratta di un minimo-massimo:*

(a) $(1; 4)$

(b) $[1; 4)$

(c) $(1; 4]$

(d) $\{x \in \mathbb{R} : -5 \leq x < 2\}$

(e) $\mathbb{R} - \{8\}$

(f) $(3; +\infty)$

(g) $\{x \in \mathbb{R} : x = \frac{(-1)^n}{n}, n \in \mathbb{N}\}$

(h) $\{x \in \mathbb{R} : e^{\frac{2x-1}{4}} \geq 1\}$

(i) $\{x \in \mathbb{R} : x = \frac{2n+1}{n}, n \in \mathbb{N} - \{0\}\}$

Esercizio 3. *Determina, se possibile, quali sono i punti interni, i punti esterni, i punti di frontiera e i punti di accumulazione, maggioranti e minoranti dei seguenti insiemi:*

(a) $(-1; 2] \cup (4; 5)$

(b) $(-\infty; 4]$

(c) $(-1; 2] \cup \{3\}$

(d) $\mathbb{R} - \{3\}$

(e) $\{x \in \mathbb{R} : x = \left(\frac{1}{2}\right)^n, n \in \mathbb{N}\}$

(f) $\{x \in \mathbb{R} : 2 - \delta < x < 2 + \delta, \delta \in \mathbb{R}^+\}$

Esercizio 4. Date le seguenti funzioni numeriche, definite dal loro dominio \mathcal{D} a valori reali $f : \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}$, determina il dominio \mathcal{D} .

$$(a)f(x) = \sqrt{x^2 - 1} + \frac{1}{e^x - 1}$$

$$(b)f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x^2}\right)$$

$$(c)f(x) = \sqrt{2x-4} - \sqrt{x}$$

$$(d)f(x) = \frac{x+3}{(x^2-1)(x^2+4)}$$

Esercizio 5. Date le seguenti funzioni numeriche, definite dal loro dominio \mathcal{D} a valori reali $f : \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}$, determina il dominio \mathcal{D} . Studia il segno della funzione, trova i punti di intersezione tra la funzione e gli assi cartesiani e discuti le simmetrie.

$$(a)f(x) = \frac{1}{x^2 - 1} \quad (b)f(x) = \frac{x^3}{x+1}$$

$$(c)f(x) = \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) \quad (d)f(x) = e^{-x^2}$$

Esercizio 6. Determina se le seguenti funzioni sono iniettive e suriettive nel loro dominio. Aiutarti con il grafico delle funzioni elementari.

$$(a)f(x) = x^2 + 1 \quad (b)f(x) = \begin{cases} 2-x & x \geq 2 \\ -2x+2 & x < 2 \end{cases}$$

$$(c)f(x) = e^{-x} \quad (d)f(x) = \begin{cases} \ln(x) & x \geq 1 \\ x-1 & x < 1 \end{cases}$$