

# Matematica Generale

## Esercitazione 3

21/10/2024

Docente: Annalisa Fabretti.

Esercitatore: Simone La Cesa.

Economia e Management

---

**Esercizio 1.** *Date le seguenti funzioni numeriche, definite dal loro dominio  $\mathcal{D}$  a valori reali  $f : \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}$ , determina il dominio  $\mathcal{D}$ . Studia il segno della funzione, trova i punti di intersezione tra la funzione e gli assi cartesiani e discuti le simmetrie.*

$$(a) f(x) = \frac{x - 4}{x(1 - x)^2}$$

$$(b) f(x) = x\sqrt{x^2 - 1}$$

$$(c) f(x) = \frac{x}{\ln(x)}$$

$$(d) f(x) = \ln \frac{x - 1}{x - 4}$$

$$(e) f(x) = \frac{e^{2x-1} - 1}{e^x - 1}$$

$$(f) f(x) = e^{\frac{x}{x-1}}$$

$$(g) f(x) = 2 \cdot \cos(3x)$$

$$(h) f(x) = \frac{\arcsin(x)}{\sqrt{1 - 4x^2}}$$

**Esercizio 2.** *Date le seguenti funzioni numeriche, definite dal loro dominio  $\mathcal{D}$  a valori reali  $f : \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}$ , verifica che le funzioni sono invertibili. Nel caso in cui non lo siano, restringi opportunamente il dominio e il codominio per renderla biunivoca e calcola la funzione inversa.*

$$(a) f(x) = \sqrt[3]{x - 3} \quad (b) f(x) = -\tan(2x)$$

$$(c) f(x) = \frac{2x}{3x - 1} \quad (d) f(x) = -4x^2 + 8x$$

$$(e) f(x) = |\ln(x)| \quad (f) f(x) = \ln\left(\frac{1}{x}\right)$$

**Esercizio 3.** Date le seguenti funzioni  $f$  e  $g$ , determina  $f \circ g$  e  $g \circ f$  negli opportuni domini

$$(a) f(x) = 2x^2 - 1, g(x) = \frac{1}{x}$$

$$(b) f(x) = \sqrt[3]{x}, g(x) = 8x^3 - 8$$

$$(c) f(x) = \ln(2x), g(x) = e^{-x}$$

**Esercizio 4.** Dimostra le seguenti proposizioni mediante il principio di induzione.

$$(a) 1 + 2 + 3 + \dots + n = \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$(b) 1 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$(c) 1 + 4 + 4^2 + 4^3 + \dots = \sum_{k=0}^n 4^k = \frac{4^{n+1} - 1}{3}$$

$$(d) (1+x)^n \geq 1 + nx \quad \forall x > -1$$

$$(e) n! \geq 2^{n-1}, \forall n \geq 2$$