

Matematica Generale

Esercitazione 5

04/11/2024

Docente: Annalisa Fabretti.
Esercitatore: Simone La Cesa.

Economia e Management

Esercizio 1. *Calcola i seguenti limiti di funzione.*

$$(a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{x^5+x^3-1} \quad (b) \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{4x^2+x} + 2x$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^4-x^2}{3x^3+2x^2} \quad (d) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^3-x^2+2x-2}$$

$$(e) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{-x}}{\ln(x)} \quad (f) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\ln(1-x)}{2^x}$$

$$(g) \lim_{x \rightarrow 0^+} e^{\frac{1}{x}} \quad (h) \lim_{x \rightarrow 0^-} e^{\frac{1}{x}}$$

$$(i) \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} - \ln(x) \right) \quad (j) \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(x)$$

$$(k) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\frac{x}{2}} - 1}{x} \quad (l) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-x)}{2x}$$

Esercizio 2. *Determina il dominio delle seguenti funzioni, le intersezioni con gli assi cartesiani, studia il segno e determina gli asintoti (se esistono).*

$$(a) f_1(x) = \frac{4x^2-x+1}{x^2-1}$$

$$(b) f_2(x) = \frac{(x-1)^3}{x^2}$$

$$(c) f_3(x) = \sqrt{x^2-1}$$

$$(d) f_4(x) = x \cdot e^{\frac{1}{x}}$$

$$(e) f_4(x) = e^{\frac{1}{\sqrt{x-1}}}$$

$$(f) f_5(x) = \ln \frac{x^2-1}{x-1}$$

Esercizio 3. Stabilisci se le seguenti funzioni sono continue nel loro dominio.

$$(a) f(x) = \begin{cases} x^3 - 2 & \text{se } x \leq 1 \\ -x + \ln(x) & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

$$(b) f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{se } x > -1 \\ \frac{1}{e^x+3} & \text{se } x \leq -1 \end{cases}$$

Esercizio 4. Determina i valori del parametro k affinché le funzioni siano continue in tutto \mathbb{R} .

$$(a) f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(kx)}{x} & \text{se } x < 0 \\ x^2 + 2k + 1 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

$$(b) f(x) = \begin{cases} \ln(x+k) & \text{se } x > 0 \\ x^2 + 1 & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

Esercizio 5. Dimostra che le seguenti serie geometriche convergono e calcolane la somma.

$$(a) \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3^n+9^n}{27^n}$$

$$(b) \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{2^n}$$

Esercizio 6. Discuti la convergenza della seguente serie al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ e calcolane il limite.

$$(a) \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{2k}{3}\right)^n$$