INSIEMI E OPERAZIONI

A, B, C,

ESTENSIVO

$A = \{\triangle, o, \times\}$ $B = \{-1, 0, 1\}$

ELEMENTI

INTENSIVA

C = { TUTTE LE CITTÀ D'EUROPA }

$D = \{ x \in \mathbb{R} \mid x \geq 1 \}$ = { TUTTI I NUMERI REALI MAGGIORI O UGUALI A UNO }

QUANTIFICATORI

$\in$ = "APPARTIENE a"

$A = \{-1, 0, 1\}$ $0 \in A$

$\notin$ = "NON APPARTIENE"

$\forall$ = "PER OGNI ELEMENTO DELL'INSIEME"

$\forall a \in A$ SI HA CHE $a \geq -1$

- $\exists$ = "ESISTE ALMENO UN ELEMENTO"

$\exists a \in A$ TALE CHE $a \geq 0$

- $\exists!$ = "ESISTE UNO ED UNO SOLTANTO"

$A = \{-1, 0, 1\}$

$\exists! \, a \in A$ TALE CHE $a \geq 1$

- $\nexists$ = "NON ESISTE ALCUNO"

"$\nexists a \in A : a \geq 2$"

$\forall$, $\exists$, $\nexists$, $\exists!$, $\in$

↳ TALE CHE

OPERAZIONI TRA INSIEMI

DEF: SIANO A E B DUE INSIEMI SI DEFINISCE

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \overset{\vee}{\text{ OPPURE }} x \in B\}$$

"A UNITO B" $= \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$

$A = \{-1, 0, 1\}$ $\quad B = \{1, 2\}$

$A \cup B = \{-1, 0, 1, 2\}$

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$$

"A INTERSECATO B"

$A \cap B = \{1\}$

INSIEME VUOTO

$\emptyset$ = INSIEME SENZA ELEMENTI $= \{\ \}$

$A \cup \emptyset = A$

$A \cap \emptyset = \emptyset$

INSIEME PRODOTTO

DATI DUE INSIEMI A E B L'INSIEME PRODOTTO SI INDICA CON $A \times B$ ED È DEFINITO COME:

$$A \times B = \{(a, b) \mid a \in A, b \in B\}$$

$A = \{-1, 0\}$ $\quad B = \{2\}$

$A \times B = \{(-1, 2), (0, 2)\}$

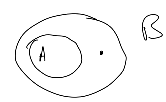
DATI A E B INSIEMI SI DICE CHE

$A \subseteq B$ SE TUTTI GLI ELEMENTI DI A SONO ANCHE ELEMENTI DI B

"A È UN SOTTOINSIEME DI B"

$A \subset B$ SE $A \subseteq B$ MA $\exists b \in B : b \notin A$

"A È UN SOTTOINSIEME PROPRIO DI B"



$A \supseteq B$ SE $B \subseteq A$

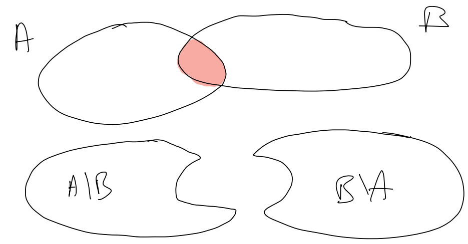
$A \supset B$ SE $B \subset A$

DICO CHE $A = B$ SE E SOLO SE

$$A \subseteq B \wedge B \subseteq A$$

DATI DUE INSIEMI A E B DEFINISCO

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$$



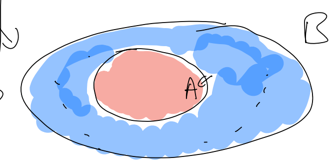
$A = \{-1, 0, 1\}$ $\quad B = \{0, 1, 2\}$

$A \setminus B = \{-1\}$

$B \setminus A = \{2\}$

SE $A \subseteq B$ CHIAMO IL COMPLEMENTARE DI A IN B

$A^c = B \setminus A$



$A \cup A^c = B$

$A \cap A^c = \emptyset$

$B = \{$TUTTE LE CITTÀ D'EUROPA$\}$

$A = \{$TUTTE LE CAPITALI D'EUROPA$\}$

$A \subseteq B$

$A^c = \{x \in B \mid x$ NON È UNA CAPITALE$\}$

$B \times A = \{(2,-1), (2,0)\} \neq A \times B$

SIA n UN NUMERO NATURALE. E SIA A UN INSIEME.

$$A^n = \underbrace{A \times A \times \dots \times A}_{n\text{-VOLTE}}$$

$A^2 = A \times A$ $A = \{-1, 0\}$

$A^2 = \{(-1,-1), (-1,0), (0,-1), (0,0)\}$

DEF: SIA A UN INSIEME. SI CHIAMA "INSIEME DELLE PARTI DI A" L'INSIEME FORMATO DA TUTTI I POSSIBILI SOTTOINSIEMI DI A E SI INDICA CON $\mathcal{P}(A)$

$$\mathcal{P}(A) = \{B \mid B \subseteq A\}$$

$\{0,1\} = \{1,0\}$

$A = \{0, 1\}$ A HA 2 ELEMENTI

$\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{0,1\}\}$ HA 4 ELEMENTI

$4 = 2^2$

$B = \{0, 1, 2\}$ 3 ELEMENTI

$\mathcal{P}(B) = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0,1\}, \{0,2\}, \{1,2\}, \{0,1,2\}\}$

8 ELEMENTI $8 = 2^3$

DEF: SI CHIAMA CARDINALITÀ DI UN INSIEME IL NUMERO DEI SUOI ELEMENTI SE QUESTI SONO FINITI

$\text{CARD}\{1,0\} = 2$

SE $\text{CARD}(A) = n$ ALLORA $\text{CARD}(\mathcal{P}(A)) = 2^n$

$E = \{1, 2, 3\}$

$A_1 = \{0, 1\}$; $A_2 = \{-1, 0\}$; $A_3 = \{0\}$

$A_1 \cup A_2 \cup A_3 = \bigcup_{j \in E} A_j = \bigcup_{k \in E} A_k$

$A_1 \cap A_2 \cap A_3 = \bigcap_{j \in E} A_j$

SIANO A E B DUE INSIEMI

1) $A \subseteq A \cup B$

2) $A \cap B \subseteq A$ $\quad A \cap B \subseteq B$

3) SE $A \subseteq B$ ALLORA $A \cup B = B$

$A \cap B = A$

4) $A \cup B = B \cup A$ $\quad A \cap B = B \cap A$

5) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

$$A_1 \cup A_2 \cup A_3 = \bigcup_{j=1}^{3} A_j$$

$$\bigcup_{j=1}^{200} A_j = A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_{200}$$

SIA n UN NUMERO NATURALE $n = 0, 1, 2, \ldots$

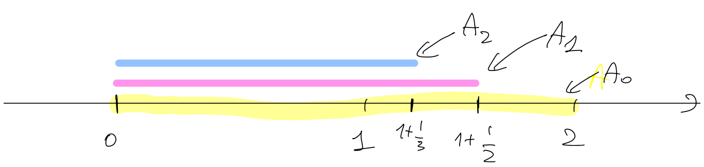
$$A_n = \left[0, 1 + \frac{1}{n+1}\right] =$$

$= \{$TUTTI I NUMERI TRA 0 E $1 + \frac{1}{n+1}\}$

$$A_0 = \left[0, 1 + \frac{1}{0+1}\right] = [0, 2]$$

$$A_1 = \left[0, 1 + \frac{1}{1+1}\right] = \left[0, 1 + \frac{1}{2}\right]$$

$$A_2 = \left[0, 1 + \frac{1}{2+1}\right] = \left[0, 1 + \frac{1}{3}\right]$$



$$A_0 \supseteq A_1 \supseteq A_2 \supseteq A_3 \supseteq A_4 \supseteq \ldots\ldots$$

$$\bigcap_{n=0}^{+\infty} A_n = A_0 \cap A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_{1000} \cap \cdots = [0, 1]$$

- $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ = NATURALI
- $\mathbb{Z} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ = INTERI
- $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} \;\middle|\; m \in \mathbb{Z},\ n \in \mathbb{Z} \wedge n \neq 0 \right\}$

q

RAZIONALI

$$= \left\{ \frac{m}{n} \;\middle|\; m \in \mathbb{Z},\ n \in \mathbb{Z} \wedge n \neq 0 \right\}$$

$$= \left\{ -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, -\frac{5}{4}, \dots \right\}$$

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$$

È IMPOSSIBILE TROVARE UN NUMERO $q \in \mathbb{Q}$

TALE CHE $\boxed{q^2 = 2}$