

Matematica Generale - Canale II

Esercitazione II

Docente: Prof. Davide Pirino

Esercitatore: Elena Dal Torrione

10 ottobre 2023

Esercizio 1

Determinare il dominio e studiare il segno delle seguenti funzioni:

a) $f(x) = \log_{10}(x^4 - 4x^2 + 1)$ b) $f(x) = \frac{1}{2^x - 1}$ c) $f(x) = \log_{\frac{1}{3}}(1 - x^4)$
d) $f(x) = \frac{\sqrt{x}e^{-x}}{2x^2 + 1 - 3}$ e) $f(x) = \frac{-x^2 + x}{2x^2 + x - 3}$ f) $f(x) = e^{\frac{2x+1}{4-x^2}}$

Esercizio 2

Dimostrare per induzione:

a) $1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{n-1} = \frac{3^n - 1}{2}$
b) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$
c) $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + n \cdot (n+1) = \left(\frac{n(n+1)(n+2)}{3}\right)$
d) $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$
e) $1 + \frac{1}{(1+2)} + \frac{1}{(1+2+3)} + \dots + \frac{1}{(1+2+\dots+n)} = \frac{2n}{n+1}$

Esercizio 3

Per ciascuna successione calcolare il limite per $n \rightarrow \infty$:

a) $\frac{3n+1}{2n+5}$ b) $\frac{n^3}{2n^3-1} - \frac{n^2}{2n-1}$ c) $\sqrt{n^2 + n} - n$
d) $\frac{n^2(2n+1)(3n-2)}{2n^2(5n-8)(n+4)}$ e) $\left(1 + \frac{1}{2n}\right)^n$ f) $\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^n$

Esercizio 4

Provare che i seguenti limiti non esistono:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \cos n\pi$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n$$