Matematica Generale - Canale II
Esercitazione III

Docente: Prof. Davide Pirino

Esercitatore: Elena Dal Torrione

17 ottobre 2023

Esercizio 1

Risolvere i seguenti limiti.

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{\log(n)\left(1-\cos\left(\frac{1}{n}\right)\right)}$ b) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{e^{\frac{1}{n}}-1}{\log(n+1)-\log(n)}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty} = n \cdot \sin(\frac{3}{n})$ d) $\lim\limits_{n\to\infty} = \frac{\sin\left(\frac{1}{n}\right)}{\sin\left(\frac{5}{n}\right)}$

e) $\lim\limits_{n\to\infty} n \cdot \tan(\frac{1}{n})$ f) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1-\cos\left(\frac{3}{n}\right)}{\sin\left(\frac{3}{n^2}\right)}$

g) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{e^{\sqrt{n^2+n}}-e^n}{e^{n+2}}$ h) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n^3(1-e^{\frac{1}{n}})(1-\cos\frac{1}{n})}{\sin^2\frac{1}{n}}$

Esercizio 2

Determinare la divergenza o convergenza delle seguenti serie. In caso di convergenza, indicare anche il valore della somma.

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n+4^n}{16^n}$ b) $\sum_{n=0}^{\infty} \sin^n\left(\frac{\pi}{3}\right)$

c) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^{2n+2}}{5^{2n+1}}$ d) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^{-2n+1}}{5^{n-2}}$

Esercizio 3

Discutere l'andamento delle seguenti serie geometriche al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

a) $\sum_{n=0}^{\infty}(\log\alpha)^n, \quad \alpha \in (0,\infty)$ b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(1+\alpha)^n} \quad \alpha \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

c) $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \frac{\alpha^n}{3^n} \quad \alpha \in \mathbb{R}$

Esercizio 4

Sia $\{s_n\}$ una successione definita per ricorrenza con $s_0 = a$ e $s_{n+1} = \frac{1}{2}(s_n + \alpha/s_n)$, $a > 0$ e $\alpha > 0$. Stabilire se $\{s_n\}$ è convergente e, in caso affermativo, calcolare il limite.

Esercizio 5

Sia $\{s_n\}$ una successione definita per ricorrenza con $s_1 = 2$ e $s_{n+1} = \frac{1}{2}(s_n + 6)$. Stabilire se $\{s_n\}$ è convergente e, in caso affermativo, calcolare il limite.