

Matematica Generale - Canale II

Esercitazione IX

Docente: Prof. Davide Pirino

Esercitatore: Elena Dal Torrione

5 dicembre 2023

Esercizio 1

Determinare il rango delle seguenti matrici al variare del parametro reale k

$$\text{a) } A = \begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ k & k-1 & 0 \\ k & 2k-2 & 2k-2 \end{bmatrix}; \quad \text{b) } B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ k^2 & 2 \\ -k & -2 \end{bmatrix}; \quad \text{c) } C = \begin{bmatrix} k & 1 & 0 & -1 \\ 1 & k & k-1 & k-2 \\ 2k & 2 & 1-k & -2 \end{bmatrix}.$$

Esercizio 2

Siano $v, w \in \mathbb{R}^n$ due vettori colonna. Dimostrare che la matrice $A = vw^T$ ha rango 0 oppure 1.

Esercizio 3

Discutere le soluzioni dei seguenti sistemi lineari al variare del parametro reale k :

$$\text{a) } \begin{cases} x_1 + x_2 + kx_3 = 2 \\ kx_2 + 6x_3 = 3 \\ x_1 + x_3 = 1 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x_1 - kx_2 + kx_3 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 3 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} x_1 + (k+1)x_2 = 1 \\ 2x_1 + 4kx_2 = 0 \\ -kx_1 - 2x_2 = k-2 \end{cases}$$

Esercizio 4

a) Determinare per quali valori del parametro reale k i seguenti vettori in \mathbb{R}^5 sono linearmente dipendenti:

$$v_1 = (0, 1, -1, 0, 1), \quad v_2 = (1, 0, 1, 0, k), \quad v_3 = (-1, 2, -3, 0, 0).$$

b) Per i valori di k determinati in a) esprimere uno o più vettori come combinazione lineare

dei rimanenti.

Esercizio 5

Siano dati i seguenti vettori in \mathbb{R}^3 :

$$v_1 = (1, 1, 1), \quad v_2 = (2, 7, 7), \quad v_3 = (0, k^2 + 2, 3), \quad v_4 = (1, k + 3, k^2 + 2).$$

Stabilire se v_4 è una combinazione lineare di v_1 , v_2 e v_3 al variare del parametro reale k .