ESERCITAZIONE 5 - MICROECONOMIA

Corso di Laurea in Scienze dell'Amministrazione e delle Relazioni Internazionali

Erminia Florio

erminia.florio@uniroma2.it

LA FUNZIONE DI PRODUZIONE E GLI ISOQUANTI

- **Funzione di produzione:** l'insieme di punti, il luogo geometrico, che associa qualsiasi combinazione di input disponibile al massimo livello di output ottenibile. Ed è quindi una funzione in cui la quantità prodotta Y dipende dai fattori di produzione, come ad esempio il capitale K e il lavoro L.

$$Y = f(L, K)$$

- **Isoquanto:** funzione che rappresenta tutte le combinazioni (L, K) di input che forniscono in maniera output-efficiente un determinato livello di output, q. L'isoquanto descrive quindi tutte le combinazioni di capitale e lavoro, tutte le tecniche produttive, che permettono di produrre l'output q in maniera output-efficiente (tutte le combinazioni che hanno come output efficiente $\bar{q} = Y$)

$$\bar{q} = Y = f(L, K)$$

PRODOTTO MARGINALE E SAGGIO MARGINALE DI SOSTITUZIONE TECNICA

- **Prodotto marginale:** mostra la variazione della produzione legata a una variazione infinitesimale del fattore di produzione, con tutti gli altri fattori mantenuti costanti. Come nel problema della massimizzazione dell'utilità, per massimizzare la produzione è necessario porre la derivata prima uguale a zero. Pertanto, $dY = 0 \rightarrow \frac{dY}{dL} \cdot dL + \frac{dY}{dK} \cdot dK = 0 \rightarrow f_L dL + f_K dK = 0$. Notate che $f_L = PMg_L$ e $f_K = PMg_K$ sono i due prodotti marginali.
- **Tasso marginale di sostituzione tecnica (SMST):** mostra come i fattori produttivi possono sostituirsi l'un l'altro nella funzione di produzione ed è calcolato come il rapporto tra il prodotto marginale di un fattore produttivo e il prodotto marginale dell'altro fattore produttivo. Da un punto di vista geometrico, può essere considerato come il valore assoluto della pendenza dell'isoquanto. Risolvendo l'equazione precedente,

$$f_L dL + f_K dK = 0 \rightarrow \frac{f_L}{f_K} = -\frac{dK}{dL} \rightarrow \frac{PMg_L}{PMg_K} = -\frac{dK}{dL}.$$

Quindi, poiché $\frac{PMg_L}{PMg_K} = \left|\frac{dK}{dL}\right| = SMST$, il SMST è uguale al valore assoluto del rapporto tra le derivate totali.

ISOCOSTO

- **Costo totale:** rappresenta il costo minimo di produzione di una qualsiasi quantità Q. Possiamo dividere il costo totale dell'impresa in costi fissi, quei costi che l'imprenditore deve sostenere indipendentemente dalla quantità prodotta, che saranno quindi rappresentati matematicamente da una costante, e costi variabili, quei costi che variano a seconda della quantità prodotta, che saranno quindi rappresentati matematicamente da una funzione della quantità.

$$TC(Q) = FC + VC(Q)$$

- **Isocosto:** È il luogo geometrico delle combinazioni di tecniche produttive dei fattori lavoro e capitale, tutte caratterizzate dallo stesso costo per l'imprenditore. Nel caso dei due fattori produttivi già introdotti nella funzione di produzione, L e K, definendo la loro remunerazione rispettivamente w il salario dei lavoratori e r il tasso di interesse del capitale, possiamo scrivere:

$$\bar{c} = TC(K, L) = rK + wL \rightarrow K = -\frac{w}{r}L + \frac{\bar{c}}{r}$$

MINIMIZZAZIONE DEI COSTI NEL LUNGO PERIODO

- Nell'orizzonte temporale di lungo periodo il produttore vuole ottimizzare il livello di entrambi gli input produttivi.
- Partiamo da un problema di ottimizzazione analogo che abbiamo già affrontato: la massimizzazione dell'utilità

$$maxU(x_1, x_2)\ t.c. R = p_1x_1 + p_2x_2.$$

Per risolverlo, siamo partiti dal sistema:

$$\begin{cases} SMS = \dfrac{p_1}{p_2} \rightarrow \text{tangenza} \\ R = p_1x_1 + p_2x_2 \rightarrow \text{vincolo di bilancio} \end{cases}$$

MINIMIZZAZIONE DEI COSTI NEL LUNGO PERIODO

- Nel caso della minimizzazione dei costi, l'imprenditore vuole produrre una certa quantità di output (fisso) minimizzando il costo totale per produrlo:

$$\min wL + rK \; t.c. \; \bar{q} = f(L, K)\,.$$

Graficamente, si vuole trovare il punto di tangenza tra l'isoquanto corrispondente al livello di output $\bar{q}$ e la linea di isocosto più bassa. Analiticamente, risolviamo il sistema:

$$\begin{cases} SMST = \dfrac{w}{r} \rightarrow \text{tangenza} \\ \bar{q} = f(L, K) \rightarrow \text{isoquanto} \end{cases}$$

ESERCIZIO

- Data la seguente funzione di produzione $f(L, K) = L^{\frac{1}{4}}K^{\frac{1}{4}}$:

1. Calcola l'isoquanto corrispondente al livello q = 200.
2. Risolvi il problema della minimizzazione dei costi con la classica formula dei costi totali ($CT = wL + rK$), per l'isoquanto calcolato nel primo punto e per i seguenti dati: w = 16 e r = 1.

MINIMIZZAZIONE DEI COSTI NEL BREVE PERIODO

- Nel breve periodo, consideriamo uno dei due input come fisso (di solito, il capitale). Per minimizzare il costo totale al fine di produrre una certa quantità di output ($\bar{q}$), l'imprenditore deve affrontare il seguente problema :

$$\min wL + rK \;\; t.c.\, \bar{q} = \mathrm{f(L, K), t. c. K} = \bar{K} \rightarrow \min wL + rK \;\; t.c.\, \bar{q} = \mathrm{f}(L, \bar{K})$$

ESERCIZIO

- Dato l'isoquanto

$$\bar{q} = 100 = f(L, K) = L^{\frac{1}{4}}K^{\frac{3}{4}}$$

per w = 1 e r = 3 individuate quale combinazione di input consente all'imprenditore di realizzare in modo economicamente efficiente, nel breve periodo (con $\overline{K} = 1000$) e nel lungo periodo, il livello di produzione individuato.