UNIVERSITÀ DEGLI STUDI di ROMA "TOR VERGATA"
Dipartimento di Economia e Finanza
Finanza Quantitativa - Assignment

Questo lavoro può essere svolto in gruppo, costituito da non più di quattro studenti, o anche individualmente. Ciascun gruppo analizza le serie dei prezzi di chiusura (close), P_t, relative a tre componenti dell'indice S&P 500, scaricate da Yahoo Finance mediante lo script utilizzato in `FinData_quantmod.R`, per il periodo campionario dal 3 gennaio 2005, fino al 10/11/2023.

I *ticker* delle serie da analizzare saranno selezionati nel modo seguente: sia *seed* il numero di matricola dello/a studente/ssa designato/a a rappresentare il gruppo (ad es. 604356). In R, si generino tre numeri casuali tra 1 e 503 mediante il codice seguente:

```
set.seed(604356);
sample(1:503, 3);
```

I numeri selezionati identificano i ticker corrispondenti nel foglio di lavoro Excel allegato `SP500 List of Companies.xlsx` (desunto da Wikipedia, List of S&P500 companies). Se una delle serie selezionate presenta valori mancanti, si sostituisca con quella completa immediatamente successiva nella lista.

Sia $p_{it} = \ln P_{it}$ la serie dei prezzi logaritmici del titolo i-esimo, $i = 1, 2, 3$, e si denoti con $y_{it} = 100\Delta p_t$ quella dei rendimenti percentuali logaritmici corrispondenti. Si svolgano i punti seguenti.

1. Si verifichi l'ipotesi che p_{it} sia un processo integrato del primo ordine, mediante un test ADF (Augmented Dickey-Fuller), e che p_{it} sia una martingala, mediante il test del rapporto di varianze di Cochrane, discutendo la scelta del parametro di troncamento k.

2. Si descrivano le principali caratteristiche della serie y_{1t} (la prima delle tre serie): grafico della serie, autocorrelazione globale e parziale campionaria; con riferimento alla distribuzione marginale, media, mediana, deviazione standard, indice di Sharpe (assumendo che il rendimento risk-free sia nullo), asimmetria, curtosi, scarto interquartile, etc.

3. Con riferimento alla serie dei quadrati, y_{1t}^2, $t = 1, \dots, n$, si rappresentino la funzione di autocorrelazione campionaria globale e parziale, e la stima della densità spettrale, considerando una finestra di Bartlett di ampiezza $m = n^{1/3}$, commentando i risultati ottenuti.

4. Si stimi un modello di eteroschedasticità condizionata per la previsione dei rendimenti e della volatilità delle serie selezionate. In particolare, si considerino le specificazioni GARCH(p,q), GJR-GARCH(p,q) e EGARCH(r, s) ponendo attenzione sulla distribuzione del termine di errore (Gaussiana, t di Student); si confrontino le specificazioni in termini di bontà di adattamento, indicando quale sia la specificazione preferita e i criteri adottati per la sua selezione; commentare i risultati, con riferimento alla significatività dell'effetto leverage. Infine, si confrontino le previsioni della volatilità, $\tilde{h}_{i,t+l|t}$ ottenute dai diversi modelli alla fine del campione, per $1 \leq l \leq 5$.

5. Si stimino e si confrontino le volatilità condizionate, $h_{ii,t} = \text{Var}(y_{it}|Y_{t-1})$, co-volatilità $h_{ij,t} = \text{Cov}(y_{it}, y_{jt}|Y_{t-1}), i, j = 1, \dots, 3$, e le correlazioni condizionate $\rho_{ij,t} = h_{ij,t}/\sqrt{h_{ii,t}h_{jj,t}}$, mediante i metodi:

   (a) Riskmetrics (livellamento esponenziale con costante di livellamento $\lambda = 0.06$).

(b) DCC di Engle

(c) GARCH Ortogonale.

6. Si consideri la prima serie dei rendimenti logaritmici, y_{1t}, che d'ora in avanti denoteremo semplicemente y_t. Ci chiediamo se considerare specificazioni che tengono conto del *leverage* e della curtosi della distribuzione condizionata sia importante ai fini della previsione della volatilità e del *value at risk*.

   A tal fine effettuiamo un esperimento di previsione *rolling*, mirante al confronto delle previsioni del *Value at Risk* ($\alpha = 0.05$) e della volatilità un periodo in avanti, effettuate mediante i tre modelli seguenti:

   (a) GARCH(1,1) Gaussiano;

   (b) t-GARCH(1,1) (con disturbi t di Student);

   (c) t-GJR-GARCH(1,1) (con disturbi t di Student).

   Come *benchmark* di valutazione assumiamo il livellamento esponenziale (metodo Riskmetrics) con parametro $\lambda = 0.06$.

   In particolare, si consideri una finestra mobile di $n = 3000$ osservazioni consecutive per la stima dei modelli, e condizionatamente ai parametri stimati, si prevedano il VaR e la volatilità un periodo in avanti.

   La performance di una stima del VaR con livello α di probabilità va valutata:

   - calcolando il numero delle violazioni $\{y_{t+1} < -\mathrm{VaR}_{t+1}\}$ in un periodo di m osservazioni e confrontando il risultato con il numero atteso di violazioni αm. Questa validazione prende il nome di *backtesting*.
   - Confrontando il valore medio della funzione di perdita asimmetrica

     $$L(y_{t+1}, \mathrm{VaR}_{t+1}) = (\alpha - \delta_{t+1})(y_{t+1} + \mathrm{VaR}_{t+1}),$$

     dove $\delta_{t+1} = I(y_{t+1} < -\mathrm{VaR}_{t+1})$.

   Per quanto concerne la previsione della volatilità, sia $\tilde{h}_{t+1|t}$ la previsione un periodo in avanti della volatilità. Al fine di validarla, possiamo confrontarla con una proxy di volatilità. Una possibilità consiste nel fare riferimento al quadrato dei rendimenti, y_{t+1}^2, e nel calcolare l'errore quadratico medio di previsione (*mean square forecast error*, MSFE)

   $$\frac{1}{m}\sum_{t=t_1}^{t_m}(y_{t+1}^2 - \tilde{h}_{t+1|t})^2,$$

   dove t_1 rappresenta il tempo della prima previsione e t_m quello finale. Si veda Andersen et al (2006), *Volatility and Correlation Forecasting*, in *Handbook of Economic Forecasting* (G. Elliott, C.W.J. Granger and A. Timmermann Eds), Volume 1, cap. 15, sezione 7.2, per maggiori dettagli.

Il lavoro vale il 30% del voto finale. Il principale prodotto è un rapporto tecnico in formato pdf da inviare per email al docente. Il nome del file deve avere il formato seguente: NomeGruppo.pdf. Nel caso in cui il lavoro venga svolto in gruppo, la persona designata opererà l'invio dell'email, e il rapporto indicherà nella prima riga il nome e cognome dei membri del gruppo.