

# DILEMMA DEL PRIGIONIERO

13/4/2022

(scambio)

$N = 2$  Giovanni, Francesca (1)

Ognuno possiede un frutto: mela e arancia.

Giovanni ha la mela

Francesca ha l'arancia

- Francesca ha una relazione  $\succsim$  tale che:  
consumare  $M+A \succsim$  consumare  $M \succsim$  consumare  $A \succsim$   
 $\succsim$  consumare  $\emptyset$
- Giovanni

consumare  $M+A \succsim$  consumare  $A \succsim$  consumare  $M \succsim$   
consumare  $\emptyset$

$A_G = A_F = \{ \text{scambiare, non scambiare} \}$

$u_F(NS, S) > u_F(S, S) > u_F(NS, NS) > u_F(S, NS)$   
 $\quad \quad \quad 2 \quad \quad > \quad \quad 1 \quad \quad > \quad \quad 0 \quad \quad > \quad \quad -1$

$u_G(S, NS) > u_G(S, S) > u_G(NS, NS) > u_G(NS, S)$

F \ G	S	NS
S	1, 1	-1, 2
NS	2, -1	0, 0

Possiamo predire  
l'esito di  
questo gioco?

Francesco sceglie NS perché:

$$\begin{cases} u_F(S, S) < u_F(NS, S) \\ u_F(S, NS) < u_F(NS, NS) \end{cases}$$

$$\rightarrow u_F(S, a_G) < u_F(NS, a_G) \quad \forall a_G \in \{S, NS\}$$

Analogamente per Giovanni

$$u_G(a_F, NS) > u_G(a_F, S) \quad \forall a_F \in \{S, NS\}$$

quindi anche Giovanni sceglie NS.

Predizione (unica) per il dilemma  
del prigioniero è che ciascuno dei  
giocatori scelga NS, il che dà  
come esito (NS, NS) e payoff (0, 0)

## Definizioni.

Sia dato un gioco strategico  $G$ , un giocatore  $i$  e una coppia  $(a_i, b_i) \in A_i$ .  
Si dice che  $a_i$  domina strettamente  $b_i$  se

$$u_i(a_i, a_{-i}) > u_i(b_i, a_{-i}) \quad \forall a_{-i} \in A_{-i}$$

Inoltre,  $b_i$  è una azione strettamente dominata, se esiste una azione in  $A_i$  che la domina strettamente.

Un giocatore razionale non sceglie azioni strettamente dominate.

## ELIMINAZIONE ITERATA DI AZIONI STRETT. DOMINATE

$1 \backslash 2$		L	C	R	$L, C \leftrightarrow$ $L, R$ $C, R$
U	1, 0	1, 2	0, 1		
D	0, 3	0, 1	2, 0		

Per  $P_2$ , R è azione strettamente dominata (da C)  $\Rightarrow$  da giocatore razionale posso escludere che  $P_2$  scelga R.

$\Downarrow$

guardare il gioco "ridotto", in cui  
 $A'_2 = A_2 \setminus \{R\}$

Per  $P_1$ , adesso, D è strettamente dominata (da U).  $\Rightarrow$  x razionalità, posso escludere che  $P_1$  scelga D.

L'insieme delle azioni rimanenti per  $P_1$  è  $A'_1 = A_1 \setminus \{D\}$

Nel nuovo gioco ridotto, perché  $A_2'$  e  $A_1'$  sono i nuovi insiemi di azioni,  $A$  è strettamente dominata da  $C$  per  $P_2$ .

Possiamo predire (usando la eliminazione iterata di azioni strettamente dominate) che

$P_1$  sceglie  $U$   $\Rightarrow$  ottenendo un  
 $P_2$  sceglie  $C$  payoff  $(1, 2)$

Ipotesi fondamentale è la conoscenza comune della razionalità tra i giocatori per cui

$P_1$  sa che  $P_2$  è razionale,  
 $P_1$  sa che  $P_2$  sa che  $P_1$  è razionale,  
 $P_1$  sa che  $P_2$  sa che  $P_1$  sa che  $P_2$  è razionale ... ed infinitum.